新学年　入室・組分けテスト

予想問題

新６年（現５年）

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1 (1) 594　(2) 0　(3) $\frac{2}{7}$　(4) 700（㎤）

2 (1) 10（個）　(2) 12（冊）　(3) 150（個）　(4) 80（円）

(5) 1600（円）　(6) 11（％）　(7) 15（分）　(8) 15（通り）

3 (1) 58（度）　(2) 30（㎠）　(3) 2.86（㎠）　(4) 3.14（cm）　(5) 28.26（㎤）

4 (1) $\frac{4}{5}$　(2) 13（個）　(3) 127（番目）

5 (1) 4（分）48（秒）　(2) 13（分）30（秒）　(3) 7（分）

6 (1)（①から順に）6、3、5、4　(2) 779　(3) A→D→E→H→I、A→D→E→F→I

7 (1)（毎秒）10（cm）　(2) 864（㎠）

8 (1) 11（通り）　(2) 171（通り）

配　点

各5点　6 (1)・(3) すべてできて得点

解　説

1 計算問題

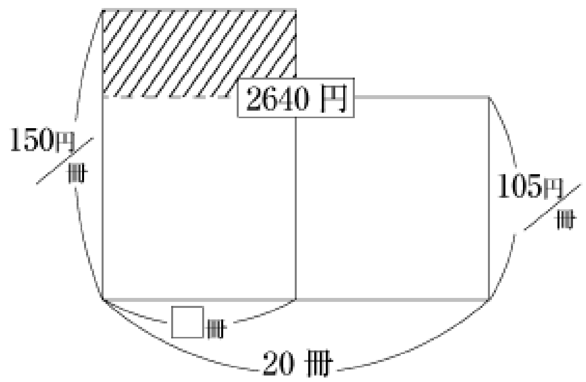
(1)　321－123＋654－456＋987－789
　＝198＋198＋198
　＝198×3
　＝594 です。

(4) 0.02 ㎥＝0.02kL＝20L ですから、40＋0.3－20＝20.3 (L) より、21－20.3＝0.7 (L)
　＝700（㎤）です。

2 小問集合

(1) 積が 48 になる整数のペアは、(1、48)、(2、24)、(3、16)、(4、12)、(6、8) の 5 つありますから、約数の個数は 2×5＝<u>10（個）</u>です。

(2) 下のような面積図で表される、つるかめ算です。



2640－105×20＝540（円）が斜線部分の面積です。斜線部分のたての長さは 150－105＝45（円/冊）ですから、求める□は、540÷45＝<u>12（冊）</u>です。

(3) 6 で割ると 4 余る数は「6 の倍数＋4」ですから、6×□＋4 と表されます。この値が 3 けたになるような、□に入る数の範囲を求めます。まず、100÷6＝16 余り 4 より、3 けた最小の数である 100 がいきなり、6 で割ると 4 余る数です。式を逆算の形に変形すれば 6×16＋4＝100 となりますから、□に入る最小の数が 16 であることがわかります。また 3 けた最大の数である 999 については、999÷6＝166 余り 3 となり、余りが 3 ですから、6×166＋4 とすると値が 4 けた（1000）になってしまうことがわかります。よって□に入る最大の数は 166－1＝165 です。これより、□に入る数は 16 から 165 までの整数ですから、その個数は 165－16＋1＝150（個）で、6 で割ると 4 余る 3 けたの数もこれと同数あります。よって <u>150 個</u>です。

(4) 消しゴム 1 個の値段を $\boxed{1}$ 円、えんぴつ 1 本の値段を △1 円とすると、次のような式に表せます。

$\boxed{1}$＝1＋30　…ア

5＋$\boxed{4}$＝570 …イ

アの式を4倍すると、$\boxed{4}$＝4＋120となりますから、イの式の$\boxed{4}$を「4＋120」と置き換えます。5＋4＋120＝9＋120＝570となり、570－120＝450（円）が9にあたりますから、1は450÷9＝50（円）です。よって求める$\boxed{1}$は、50＋30＝80（円）です。

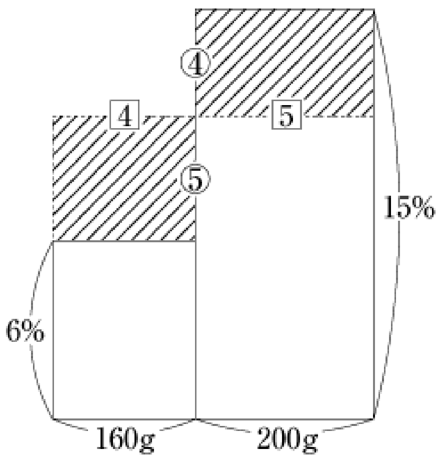
(5) 兄と弟のはじめの所持金の比は1 : $\frac{5}{9}$ ＝9 : 5です。これがやりとりの後1 : 1になりましたが、所持金の和は変わっていないことに注目します。下のような倍数算を行います。

兄　弟	和		兄　弟
9 : 5	14	（×1）→	⑨ : ⑤
↓			↓　↓
1 : 1	2	（×7）→	⑦ : ⑦

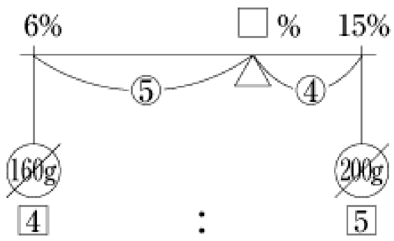
兄の所持金は⑨－⑦＝②だけ減り、弟の所持金は⑦－⑤＝②だけ増えましたから、640 円はこの②にあたります。求めるはじめの弟の所持金は⑤ですから、640×$\frac{5}{2}$ ＝1600（円）です。

(6) 計算上、食塩30gと水170gを先に混ぜてしまうと効率が良さそうです。30÷(30＋170)×100＝15（%）の食塩水が30＋170＝200（g）できますから、これを6%の食

塩水 160g と混合します。下の（図 1）のような面積図か、（図 2）のような天秤をかきます。



(図 1)



(図 2)

（図 1）では面積の等しい斜線部分の長方形の横の長さの比が、（図 2）ではおもりの重さの比が 160 : 200＝$\boxed{4}$: $\boxed{5}$ ですから、（図 1）では斜線部分のたての長さの比が、（図 2）では支点からおもりまでの長さの比が、逆比の⑤：④になります。いずれの図でも 15−6＝9（%）が⑤＋④＝⑨にあたりますから、⑤は $9\times\frac{5}{9}$ ＝5（%）です。よって求める濃度は、6＋5＝<u>11（%）</u>です。

(7) 下のような比の表にまとめます。

距離	1 :	1 :	1
速さ	~~1~~ :	~~1.25~~ :	~~0.75~~
	4 :	5 :	3
時間	$\frac{1}{4}$:	$\frac{1}{5}$:	$\frac{1}{3}$

↓（×60）

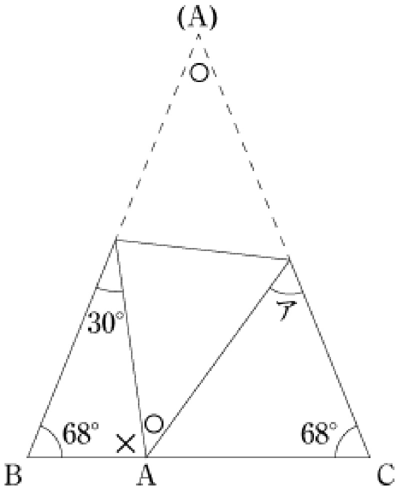
⑮ : ⑫ : ⑳

9 分は⑮－⑫＝③にあたり、求める時間は⑳－⑮＝⑤にあたりますから、9×$\frac{5}{3}$ ＝15（分）です。

(8) 3 人とも 1 個は必ずもらうという条件ですから、あらかじめ 3 人に 1 個ずつを分けてしまい、残り 7－3＝4（個）を制約なく分けるものとします。まずは和が 4 になるような 3 つの数の組み合わせを考えると、ア（4、0、0)、イ（3、1、0)、ウ（2、2、0)、エ（2、1、1）の 4 組があり、このうちア、ウ、エは 1 つだけ異なる個数が 3 人のうちだれのものになるかを考えればよいですから 3 通りずつあり、3 数がすべて異なるイは 3×2×1＝6（通り）あります。よって全部で 3×3＋6＝15（通り）です。

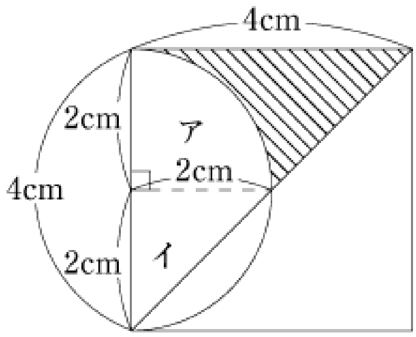
$\boxed{3}$ 図形集合

(1) 下の図で、(A)B＝(A)C の二等辺三角形ですから角 C＝角 B＝68（度)、○印の角の大きさは 180－68×2＝44（度）です。×印の角の大きさは 180－(68＋30)＝82（度）で、外角の定理より○＋×＝角ア＋68° ですから、角アの大きさは 44＋82－68＝58（度）です。



(2) 三角形 ADE と三角形 ABC は相似で、相似比は 8 : (8＋4)＝2 : 3 ですから、辺 BC の長さは 6×$\frac{3}{2}$ ＝9 (cm) です。したがって台形 DBCE の面積は (6＋9) ×4÷2＝30 (㎠) です。

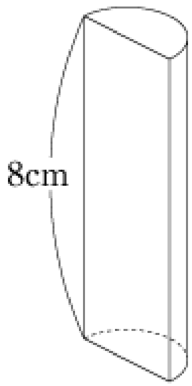
(3) 下の図のように、半円の中心から補助線を引いて考えます。



$4\times4\div2=8$（㎠）の直角二等辺三角形から、$2\times2\times3.14\times\dfrac{90}{360}=3.14$（㎠）の四分円アと、$2\times2\div2=2$（㎠）の直角二等辺三角形イを引けばよいですから、$8-(3.14+2)$ ＝2.86（㎠）です。

(4) 容器 A に入る水の体積を、容器 B の底面積で割れば水の深さを求められます。容器 A の底面の半径は $4\div2=2$（cm）ですから、$2\times2\times3.14\times9\div(6\times6)=\dfrac{2\times2\times9}{6\times6}\times3.14$ ＝3.14（cm）です。

(5) 展開図を組み立ててできるのは、下の図のような底面が半円の柱体です。



底面の半円の半径は $4.71\div\dfrac{180}{360}\div3.14\div2=1.5$ (cm) ですから、求める立体の体積は、

$1.5\times1.5\times3.14\times\dfrac{180}{360}\times8=$28.26（㎤）です。

$\boxed{4}$ 規則性

問題の数列は約分された状態で並んでいますので、約分前のかたちに戻したうえで、分母の変わり目ごとに組に分け、さらに組ごとに組番号をふります。

組番号	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$	
	$\frac{1}{1}$,	$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$,	$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$,	$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$,	$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$,	…….
個数	1個	2個	3個	4個	5個	…….

組番号は、各組内にある分数の分母、さらには組内の分数の個数と一致しています。

(1) 1から10までの和が55ですから、$\boxed{1}$組から$\boxed{9}$組までに55－10＝45（個）の分数があり、53番目の数は$\boxed{10}$組目の53－45＝8（番目）です。$\boxed{10}$組目の分数の分母は10、分子は先頭から1、2、3…と順に並んでいますから、8番目は8です。よって$\frac{8}{10}$ですが、もとの数列では約分して示すきまりですから、$\frac{4}{5}$です。

(2) $\boxed{1}$組から$\boxed{10}$組までの個数である55個に、何組までの個数を加えれば100番目に近づくかを調べます。55＋11＋12＋13＝91より$\boxed{13}$組までの数が収まりますので、100番目の数は$\boxed{14}$組の途中にあります。もとの数列で、整数の1は各組の最後に1個ずつありますから、$\boxed{1}$組から$\boxed{13}$組までの13個です。

(3) $\frac{14}{32}$ など約分して$\frac{7}{16}$ になる数は分母が大きくなる分、組が下がりますから、既約分数の$\frac{7}{16}$ そのものが数列上に出てくるのが最初です。「分母の数＝組番号」ですから$\frac{7}{16}$ は $\boxed{16}$ 組の 7 番目です。(1＋15)×15÷2＝120 より $\boxed{15}$ 組までに 120 個ありますから、$\frac{7}{16}$ は 120＋7＝127（番目）です。

$\boxed{5}$ 仕事算・量の変化

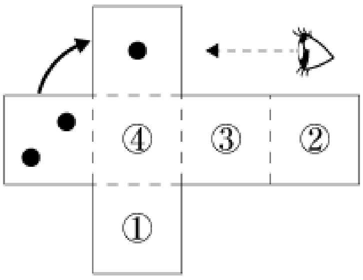
(1) A、B、C の 1 分あたりの給水量および排水量の比は、$\frac{1}{8}$: $\frac{1}{6}$: $\frac{1}{12}$ ＝3 : 4 : 2 ですから、A、B の 1 分あたりの給水量をそれぞれ③/分、④/分、C の 1 分あたりの排水量を②/分とします。水そうの容量は③×8＝㉔ですから、いっぱいになるまでにかかる時間は㉔÷(③＋④－②)＝4.8（分）＝4（分）48（秒）です。

(2) A と C を開いて 10 分間で水そうに入る水の量は(③－②)×10＝⑩です。残り㉔－⑩＝⑭を B だけで入れますから、かかる時間は⑭÷④＝3.5（分）＝3（分）30（秒）です。よって最初に水を入れ始めてからの時間は、10（分）＋3（分）30（秒）＝13（分）30（秒）です。

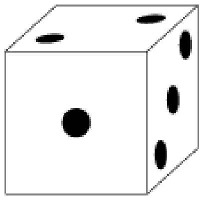
(3) 1＋1＝2（分）ごとに③＋④＝⑦ずつの水が入る周期です。㉔÷⑦＝3（周期）余り③であり、余りの③は A の 1 分ぶんですから、かかる時間は全部で、2×3＋1＝7（分）です。

6 立体図形

(1) 下の（図 1）の展開図で、1 の目と向かい合う面である①の目が 6、2 の目と向かい合う面である③の目が 5 であることはすぐに決まります。



(図 1)

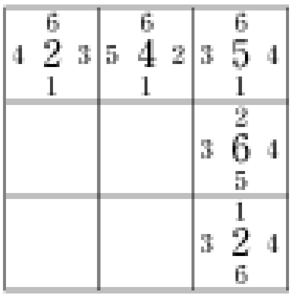


(図 2)

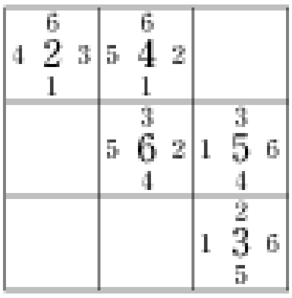
残る 3、4 の目が②、④のいずれかということになりますが、(図 2）で 1 の目を正面に見たとき、2 の面が上、3 の面が右にあることに注意します。(図 1）で 1 の目を正面に見て 2 の目が上になるのは図のような視線であり、④の面は組み立てたときに 1 の目の左側に来ますから、3 の目ではありません。よって②の目が 3、④の目が 4 と決まります。サイコロの目は①から順に、<u>6、3、5、4</u> です。

(2) サイコロの真下を向く面の目は、「3→2→4→5」の 4 回で 1 周期となり、周期ごとの目の数の和は 3＋2＋4＋5＝14 です。223÷4＝55（周期）余り 3（回）ですから、求める和は、14×55＋3＋2＋4＝<u>779</u> です。

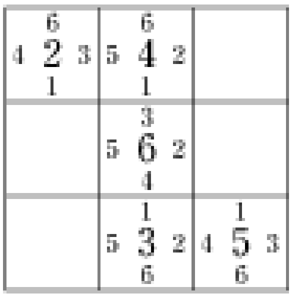
(3) A から I まで、最も短い道のりで進む道順は 6 通りありますから、6 通りすべての目の動きを調べていきます。はじめから真下を向く面で考えるよりも、ひとまず真上にくる面を中心に調べると考えやすいでしょう。真上にくる目と前後左右の目は、道順により、次の①～⑥のようになります。



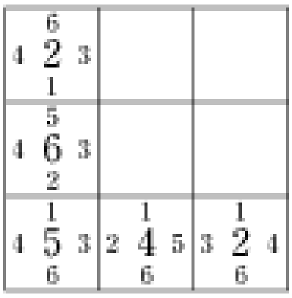
①



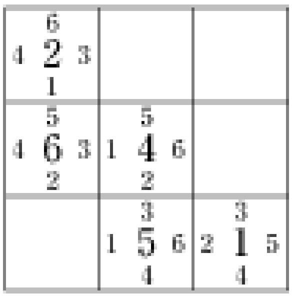
②



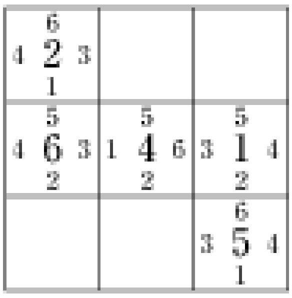
③



④



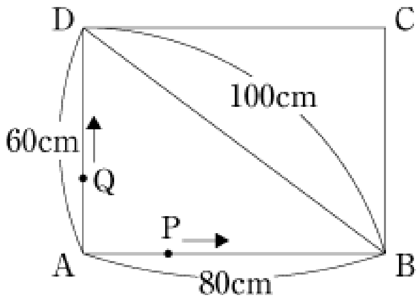
⑤



⑥

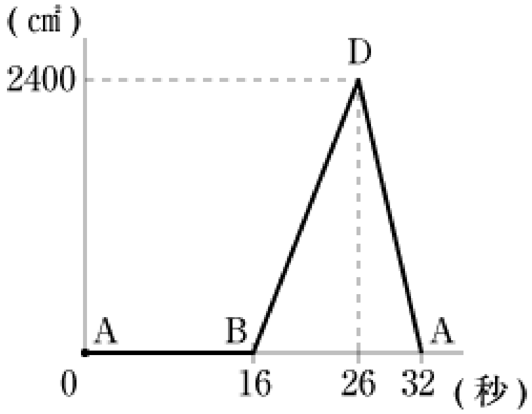
それぞれの場合で真下を向く面の目の数（7 から真上の目の数を引いて求めます）の和は、①が 5＋3＋2＋1＋5＝16、②が 5＋3＋1＋2＋4＝15、③が 5＋3＋1＋4＋2＝15、④が 5＋1＋2＋3＋5＝16、⑤が 5＋1＋3＋2＋6＝17、⑥が 5＋1＋3＋6＋2＝17 で、⑤と⑥が最大です。よって求める道順は、⑤の A→D→E→H→I と、⑥の A→D→E→F→I の 2 つです。

7 点の移動



（図 1）

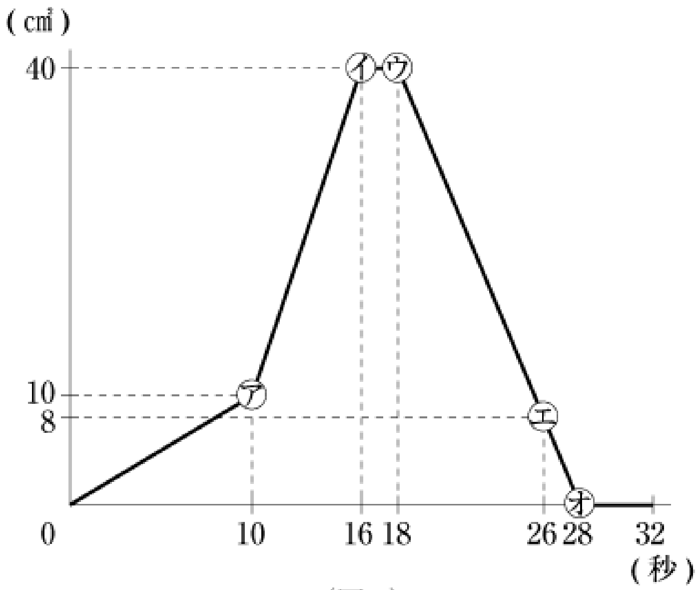
(1) まずは下の（図 2）のように、グラフの要所に点 P の位置を書き込みます。



（図 2）

グラフより、点 P は AB 間 80cm を 16 秒かけて進んでいますから、AB 上での速さは 80÷16＝5（cm/秒）、BD 間 100cm を 26－16＝10（秒）かけて進んでいますから、BD 上での速さは 100÷10＝10（cm/秒）、DA 間 60cm を 32－26＝6（秒）かけて進んでいますから、DA 上での速さも 60÷6＝10（cm/秒）であることがわかります。

次に点 P、Q の進んだ道のりの差を表す（図 3）のグラフからわかることを考えます。



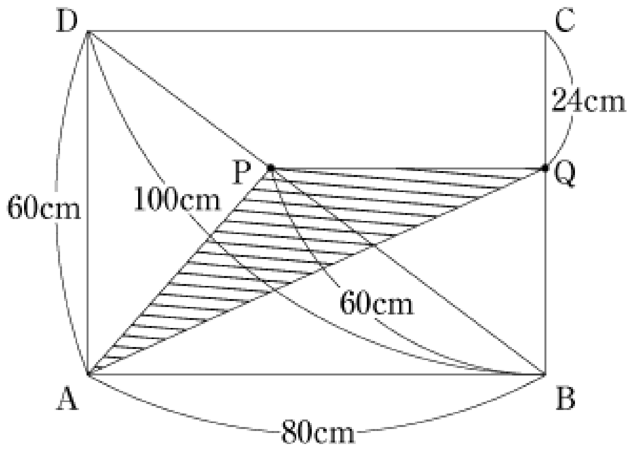
（図 3）

グラフのアより、点 P、Q は 10 秒で 10cm の差がついています。点 P は 10 秒間で $5\times10=50$（cm）進んでおり、出発直後の点 Q は点 P よりも速いとの条件ですから、点 Q が 10 秒間で進んだ道のりは $50+10=60$（cm）、すなわちこのとき点 Q は点 D に着いています。また、イのとき、（図 2）より 16 秒で点 P は点 B に着いていますから、出発から 80cm 進んでいます。点 Q はこれより 40cm 多く進んだのですから、出発してから進んだ道のりは $80+40=120$（cm）で DC 上にいます。10 秒のときからの $16-10=6$（秒間）で $120-60=60$（cm）進んでいますから、このときの点 Q の速さは $60\div6=10$（cm/秒）、よって求める 14 秒後の速さも毎秒 10cm です。

⑵ 引き続き上の（図 3）で考えていきます。イウ間で点 P、Q の進んだ道のりの差が広がらないのは、このときの両者が同じ毎秒 10cm の速さで進んでいるからです。ウはアから $18-10=8$（秒後）ですから、$10\times8=80$（cm）より、このとき点 Q は点 C に着きました。このあとグラフがエ、オに向けて下っていくのは、点 Q の速さが点 P よりも遅くなり、両者が進んだ道のりの差が縮まっていくことを表しています。

㋓の 26 秒は、(図 2) より点 P が点 D に着いたときで、点 P が出発から進んだ道のりは 80＋100＝180 (cm) です。点 P はこの後も毎秒 10cm で DA 上を進みますから、㋔の 28 秒までに進んだ道のりは 180＋10× (28－26) ＝200 (cm) となります。グラフより㋔での点 P、Q の進んだ道のりの差は 0cm ですから、点 Q の進んだ道のりも 200cm で、このとき点 Q が点 B に着いたことがわかります。点 Q が CB 上を進んだ速さは 60÷(28－18)＝6 (cm/秒) ですから、問題になっている出発から 22 秒後に点 Q は、点 C から 6×(22－18)＝24 (cm) 進んだところにいます。

一方、点 P は (図 2) より、出発から 22 秒後には BD 上を進んでおり、点 B から 10×(22－16)＝60 (cm) 進んだところにいます。したがって 22 秒時点の三角形 APQ は下の (図 4) の斜線部のような形になっています。

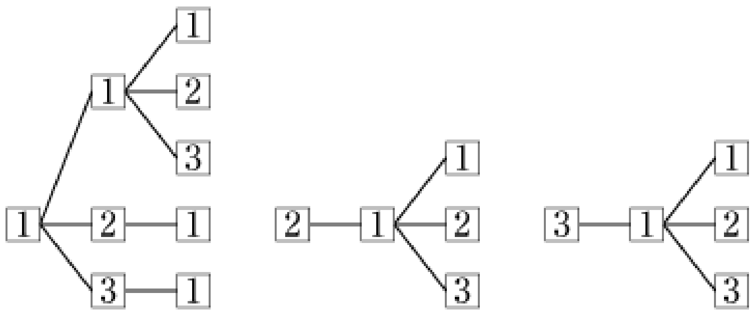


(図 4)

BQ は 60－24＝36 (cm) ですから、BP : BD＝BQ : BC＝3 : 5 となっており、三角形 BPQ と三角形 BDC は相似であることがわかります。これより PQ と DC は平行ですから PQ と QB は垂直、PQ の長さは $80\times\frac{3}{5}$ ＝48 (cm) ですから、求める三角形 APQ の面積は、48×36÷2＝864 (㎠) です。

$\boxed{8}$ 場合の数

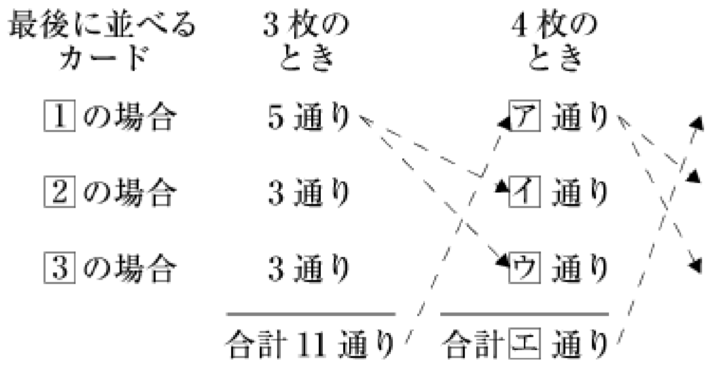
(1) 下のような樹形図を書いて求めます。



樹形図より、5＋3＋3＝<u>11（通り）</u>あることがわかります。

(2) (1)の樹形図より、3 枚並べるときには、最後に並べるカードが $\boxed{1}$ の場合が 5 通り、

$\boxed{2}$、$\boxed{3}$ の場合が 3 通りずつで、合わせて 11 通りになっています。ここに 4 枚目を加える場合を考えてみます。



3 枚並べたときの 11 通りすべての場合において、4 枚目に $\boxed{1}$ を並べることは可能ですから、アは 11 通りです。また、4 枚目に $\boxed{2}$ や $\boxed{3}$ を並べられるのは、3 枚目が $\boxed{1}$ の場合に限られますので、イ、ウは 5 通りずつです。したがってエの 4 枚並べるときの並べ方の合計は全部で 11＋5＋5＝21（通り）であり、これが 5 枚並べるときに 5 枚目が

$\boxed{1}$の場合…と、つながっていきます。以下もこの規則にしたがい、7 枚並べる場合まで下のような表計算で求めます。

単位は (通り)

最後のカード	3 枚	4 枚	5 枚	6 枚	7 枚
$\boxed{1}$	5	11	21	43	85
$\boxed{2}$	3	5	11	21	43
$\boxed{3}$	3	5	11	21	43
合計	11	21	43	85	171

よって 171 通りです。