5年生 第9回 公開組分けテスト

予想問題

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ （1）7　　（2）80（dL）　　（3）$\frac{1}{8}$

$\boxed{2}$ （1）2（個）、7（個）、12（個）　（2）18（才）　（3）28（㎠）　（4）12.56（㎠）

（5）24（秒後）　（6）4（秒後）　（7）10（枚）　（8）50.24（cm）

$\boxed{3}$ （1）38.28（cm）　（2）76.56（㎠）

$\boxed{4}$ （1）3（秒後）　（2）6（秒後）

$\boxed{5}$ （1）70（才）　（2）5（才）

$\boxed{6}$ （1）12　（2）2（秒後）、$13\frac{2}{3}$（秒後）

$\boxed{7}$ （1）37.68（cm）　（2）205（㎠）

$\boxed{8}$ （1）32（人）　（2）5（通り）

$\boxed{9}$ （1）21.98（cm）　（2）75.36（㎠）

$\boxed{\text{配　点}}$

各 8 点　$\boxed{2}$ (1)、$\boxed{6}$ (2) は全て正解で得点

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{2}$ (1) アメの個数を x 個、ガムの個数を y 個とすると

$80 \times x + 50 \times y = 1360$（円）

という関係になります。このままでは数が大きく計算しづらいので、式全体を 80 と 50 と 1360 の最大公約数である 10 で割って

$8 \times x + 5 \times y = 136$

とします。ここで x に 0、1、2…を順に当てはめていき、この式をみたす（x、y）の組み合わせを探していきます（問題文には「どちらも少なくとも 1 個は買うものとします」とありますが、とりあえず（x、y）の組み合わせを 1 つ見つけたいので x＝0 を当てはめて大丈夫です）。

8 × x + 5 × y = 136

x を 5 大きくする ↓ 8 × 5 = 40 増える

y を 8 小さくする ↓ 5 × 8 = 40 減る

x＝0 とすると 8×0＋5×y＝136 となり 5×y＝136
これを満たす y は整数ではありません。
次に x＝1 とすると 8×1＋5×y＝136 となり 5×y＝128
これも y が整数になりません。
次に x＝2 とすると 8×2＋5×y＝136 となり 5×y＝120
このとき y＝24 となります。
1 つの組み合わせが見つかれば、あとは 8 と 5 の最小公倍数 40 を利用して求めることができます。x を 5 大きくして合計が 8×5＝40 増えるようにし、かわりに y を(40÷5＝)8 小さくすれば合計は 5×8＝40 減りますから、8×x＋5×y の和は変わりません。

+5　+5　+5

x	2	7	12	17
y	24	16	8	0

−8　−8　−8

このようにして、式を満たす（x、y）の組をすべて求めることができます。どちらも少なくとも 1 個は買うので、（x、y）＝（17、0）は不適切ですから、求める答えは 3 通りとなり、x で表されるアメの個数は、2 個、7 個、12 個となります。

※8×x＋5×y＝136 の式を満たす（x、y）を探すとき、1 つ組み合わせを見つけたあとは、x は(40÷8＝)5 ずつ、y は(40÷5＝)8 ずつ変化します。ですから、x＝0、1、2…と調べる場合は、x＝5 までに式を満たす(x、y)が見つかり、y＝0、1、2…と調べる場合は、y＝8 までに見つかります。つまり、x＝0、1、2…と調べる方が手間が少なくてすみます。

(2) 10 年前の 2 人の年令の和は

32－10×2＝12（才）

このとき、兄の年令が弟の年令の 2 倍だったわけですから、兄の年令は

12÷(2＋1)×2＝8（才）

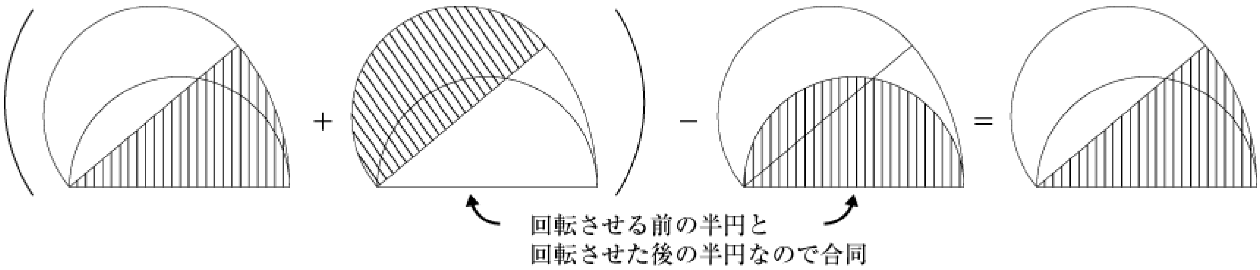
となります。したがって、現在の兄の年令は

8＋10＝18（才）

(3) 点 P が出発してから 6 秒間で進んだ距離は、(3×6＝)18cm です。AB の長さが 14cm なので、点 P は B を通ってから(18－14＝)4cm 進んでいます。このときの三角形 ABP は底辺が 4cm、高さ 14cm になっていますから、三角形 ABP の面積は

4×14÷2＝28（㎠）

(4) 斜線部分の面積は以下のようにして求められます。



したがって、求める面積は

$$6\times 6\times 3.14\times \frac{40}{360}=12.56（㎠）$$

(5) はじめ、P と Q は(15×2＝)30cm 離れています。2 点が重なる（出会う）のは、出会いの旅人算を利用して

30÷(3＋2)＝6（秒後）

です。このとき 2 点は重なっていますから、次に重なるのは 2 点が動いた距離の和が正三角形のまわりの長さ（15×3＝45cm）になるときです。つまり

15×3÷(3＋2)＝9（秒後）

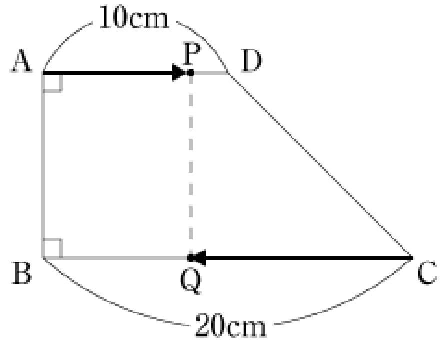
に重なります。したがって 3 回目に 2 点が重なるのは、出発してからは

6＋9×2＝24（秒後）

と求められます。

(6) PQ と AB がはじめて平行になるとき、AP と BQ の長さが等しくなりますから、2 点の動いた距離の和は BC の長さの 20cm です。したがって、

20÷(2＋3)＝4（秒後）



(7) 10 円硬貨と 50 円硬貨の枚数が等しいので、10 円硬貨 1 枚と 50 円硬貨 1 枚をセットで考えます。このセットは 2 枚で(10＋50＝)60 円なので、1 枚当たり

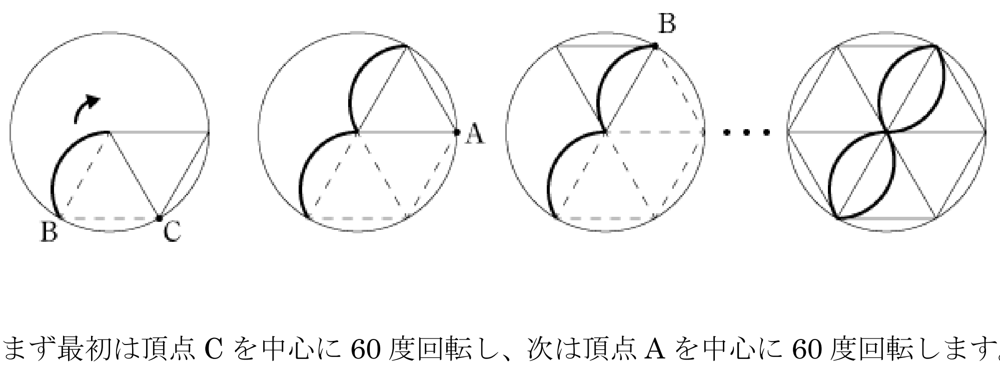
(10＋50)÷2＝30（円）　……平均の値段

と考えることができます。このように、10 円硬貨と 50 円硬貨を 1 枚 30 円の硬貨に置き換えると、「10 円、50 円、100 円の 3 種類の硬貨が 24 枚あり、合計金額は 1420 円」という問題を「30 円、100 円の 2 種類の硬貨が 24 枚あり、合計金額は 1420 円」と考えることができます。したがって、100 円硬貨の枚数は、つるかめ算を利用して

(1420－30×24)÷(100－30)＝10（枚）

です。

(8) 点 B の動いたあとを作図してみましょう。



まず最初は頂点 C を中心に 60 度回転し、次は頂点 A を中心に 60 度回転します。次は点 B を中心に回転するので、点 B は動きません。

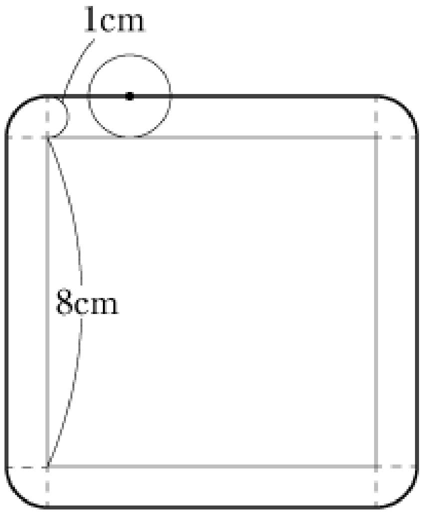
このように作図していくと、点 B は 4 回移動することがわかります（回転移動するときの中心が C→A→B→C→‥の順になるので回転移動の 3 回に 1 回は B が中心に

なり移動しないこと、また、正三角形の内角はすべて 60 度なので、円の中心角を考えると回転移動を(360÷60＝)6 回したところで 1 周になることから、B は 4 回移動することを求めてもいいでしょう)。
したがって、点 B の動いたあとの線の長さは

$$(12\times2\times3.14\times\frac{60}{360})\times4=16\times3.14=50.24\ (\text{cm})$$

となります。

3 (1) 円 O の中心が動いたあとの線は、図の太線部分になります。

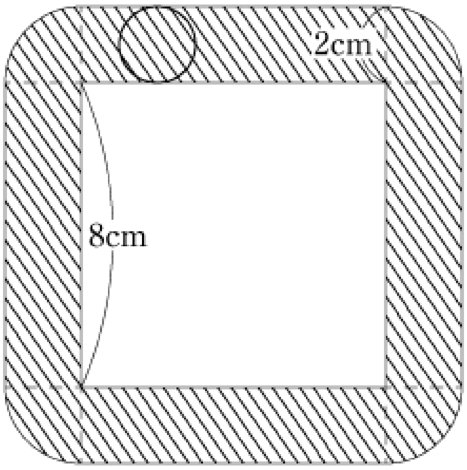


直線部分は 8×4、曲線部分は $1\times2\times3.14\times\frac{1}{4}\times4$ ですから、答えは

$$8\times4+1\times2\times3.14\times\frac{1}{4}\times4=32+6.28=38.28\ (\text{cm})$$

と求められます。

（2）円 O が動いたあとの図形は、図の影をつけた部分になります。



長方形の部分は$(2\times8)\times4$、おうぎ形の部分は $2\times2\times3.14\times\frac{1}{4}\times4$ ですから、答えは

$(2\times8)\times4+2\times2\times3.14\times\frac{1}{4}\times4=64+12.56=76.56$（㎠）

＜別解＞

「円が動いたあとの面積＝円の直径×中心が移動した長さ」で求めることもできます。この式は、円が 1 周するときにしか使えない点と円が折れ線の内側を通るときは使うことができない点に注意が必要ですが、うまく使うととても便利な式です。求める部分は細長い帯のような形ですが、これを細長い長方形とみなして「たての長さ＝円の直径」、「横の長さ＝円の中心が動いたあとの線の長さ」で面積を求めるイメージで考えると理解しやすいです。

円 O の直径は 2cm、円 O の中心が動いたあとの線の長さは（1）で求めたように 38.28cm ですから、求める面積は

$2\times38.28=76.56$（㎠）

となります。

$\boxed{4}$ （1）1 秒間でまわる角度は、

$360\div18=20$（度）　‥‥点 P

$360\div36=10$（度）　‥‥点 Q

角 POQ がはじめて直角になるのは、点 P と点 Q のまわった角の大きさの和が 90 度

になるときです。したがって、

90÷(20＋10)＝3（秒後）

(2) P、O、Q の順に、はじめて一直線上に並ぶのは、点 P と点 Q のまわった角の大きさの和が 180 度になるときです。したがって、

180÷(20＋10)＝6（秒後）

$\boxed{5}$ （1）4 年前の両親、太郎君、妹の年令の和は

100－4×4＝84（才）

です。4 年前の両親、太郎君、妹、祖母の年令の和は 154 才ですから、祖母の年令は

154－84＝70（才）

となります。

※4 年前の 5 人の年令の和は 154 才なので、現在の 5 人の年令の和は

154＋4×5＝174（才）

現在の 4 人の年令の和は 100 才ですから、（174－100＝）74 才として祖母の年令を求めることもできますが、このとき求めた年齢は「現在の」祖母の年令であることに注意してください。したがって、4 年前の祖母の年令は 74－4＝70（才）です。

(2) 4 年前の祖母の年令は 70 才ですから、現在の祖母の年令は

70＋4＝74（才）

となり、現在の 5 人の年令の和は、祖母をのぞく 4 人の年令の和に祖母の年令を加えて、

100＋74＝174（才）

です。また、妹をのぞく 4 人の 10 年前の年令の和は 129 才ですから、現在の 4 人の年令の和は

129＋10×4＝169（才）

となります。現在、5 人の合計が 174 才、妹以外の 4 人の年令の和が 169 才ですから、妹の年令は、

174－169＝5（才）

となります。

$\boxed{6}$ （1）点 P が BC 上を動いているときに三角形 APD の面積は最大になり、そのときの面積はグラフより 81 ㎠です。三角形 APD（ABD）の底辺を AD（＝18cm）とすると高さは AB ですから、

18×AB÷2＝81

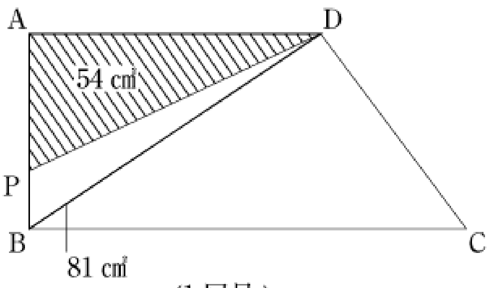
AB＝9（cm）

と求められます。アは点 P が C に到着する時間ですから、

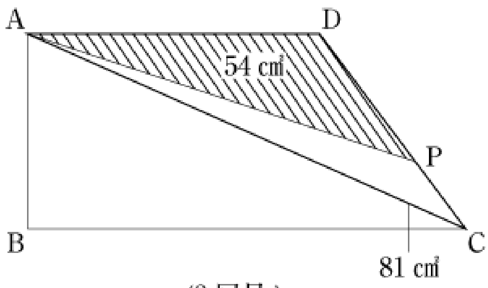
(9＋27)÷3＝12

と求めることができます。

（2）1 回目に面積が 54 ㎠になるときは、点 P が AB 上にあるときです。



(1 回目)



(2 回目)

底辺が AD=18cm ですから、高さを□とすると

18×□÷2＝54

より□＝6 と求められます。6cm 進むのにかかる時間は

6÷3＝2（秒後）　‥‥1 回目

2 回目に面積が 54 ㎠になるのは、点 P が CD 上にあるときです。

15÷3＝5 より、CD を 5 秒で進むことから、点 P が CD 上にあるとき、三角形 APD の面積は 1 秒間に

81÷5＝16.2（㎠）

の割合で減っています。したがって、面積が 54 ㎠になるのは

$(81-54)\div16.2=1\frac{2}{3}$ （秒）

$12+1\frac{2}{3}=13\frac{2}{3}$ （秒後）‥‥2 回目

＜別解＞

辺と面積の比を利用して求めることもできます。まず 1 回目に面積が 54 ㎠になると

きを求めてみましょう。

三角形 ABD は 81 ㎠、三角形 APD は 54 ㎠ですから、

81：54（面積比）＝9：AP

AP＝6（cm）

と求められますから、

6÷3＝2（秒後）　‥‥1 回目

同じようにして 2 回目も求められます。

三角形 ACD の面積：三角形 APD の面積＝DC：DP ですから、

81：54＝15：DP

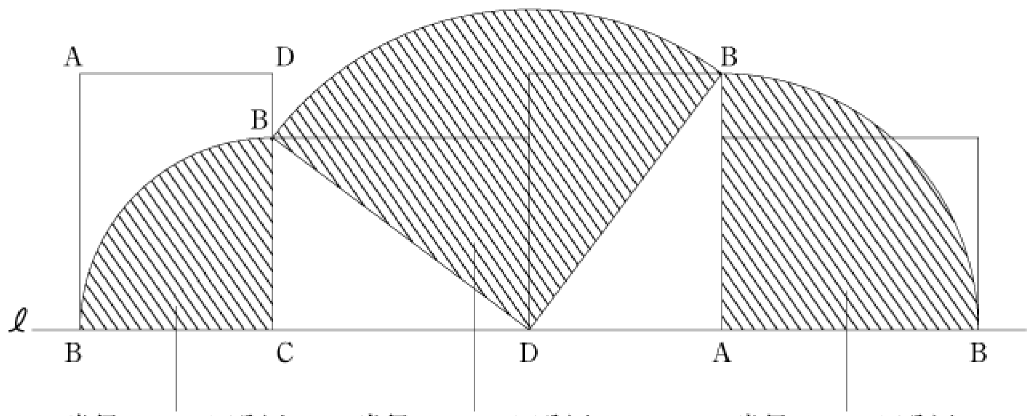
DP＝10（cm）

となるので、CP＝(DC－DP＝)5（cm）です。つまり点 C から 5cm 進んだところに P があるときに面積が 54 ㎠になることが分かったので、

$(9+27+5)\div 3=13\frac{2}{3}$　（秒後）　‥‥2 回目

となります。

7



(1) はじめに、B は C を中心にして（半径は BC＝6cm）90 度回転します。次に、D を中心にして（半径は DB＝10cm）90 度回転したあと、A を中心にして（半径は AB＝8cm）90 度回転したところでイの位置になります。したがって、B の動いたあとの線の長さは

$$6\times 2\times 3.14\times \frac{90}{360}+10\times 2\times 3.14\times \frac{90}{360}+8\times 2\times 3.14\times \frac{90}{360}=(12+20+16)\times$$

$3.14\times\frac{90}{360}=12\times3.14=37.68$（cm）

です。

（2）半径が 6cm、10cm、8cm の四分円と直角三角形 2 個（＝長方形）の面積の和を求めます。

$$6\times6\times3.14\times\frac{90}{360}+10\times10\times3.14\times\frac{90}{360}+8\times8\times3.14\times\frac{90}{360}+8\times6$$

$$=(36+100+64)\times3.14\times\frac{90}{360}+48=50\times3.14+48=205\text{（㎠）}$$

$\boxed{8}$（1）大人券と親子券合わせて 29 枚売れたので、子ども券の販売枚数は

　　50－29＝21（枚）

です。売り上げは 19470 円ですから、大人券と親子券の分の売り上げは、売り上げ全体から子ども券の売り上げ分を引いて

　　19470－300×21＝13170（円）

つまり大人券と親子券は合わせて 29 枚、売り上げが 13170 円であることがわかります。あとはつるかめ算を用いて親子券の販売枚数を求めます。

　　(13170—420×29)÷(510－420)＝990÷90＝11（枚）‥‥親子券の販売枚数

子どもの入場者数は子ども券＋親子券ですから

　　21＋11＝32（人）

（2）大人券の販売枚数を x 枚、子ども券の販売枚数を y 枚、親子券の販売枚数を z 枚とすると、入場券は全部で 50 枚売れたので

　　x＋y＋z＝50　‥（＊）

また、売り上げの合計が 19470 円なので

　　420×x＋300×y＋510×z＝19470

この式は 420、300、510、19470 の最大公約数である 30 で割って

　　14×x＋10×y＋17×z＝649　‥（＊＊）

と、簡単にしておきます。（＊）の式を 10 倍すれば

　　10×x＋10×y＋10×z＝500

となり y のところの数字がそろうので、（＊＊）の式との差をとれば

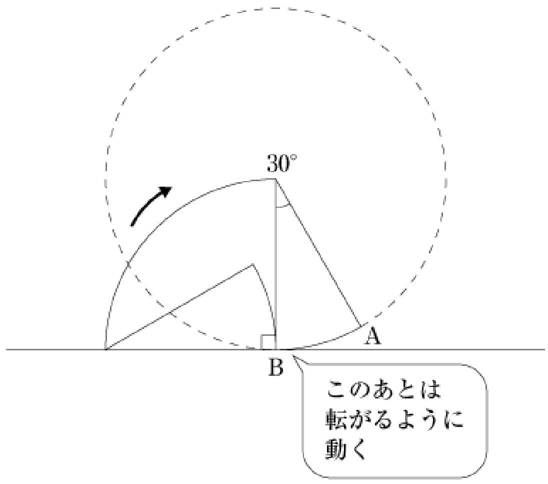
　　4×x＋7×z＝149

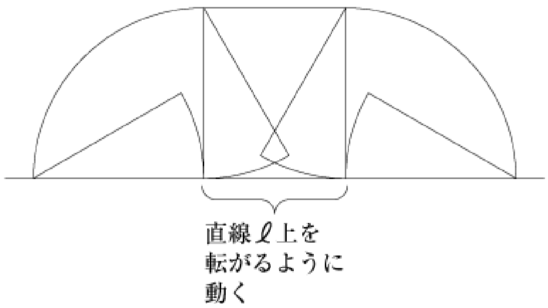
となります。

ここからは、$\boxed{2}$(1)と同じ解き方で進めます。

式を満たす（x、z）の組を z＝0、1、2‥と探していくと（x、z）＝（32、3）が見つかります。あとは x と z の最小公倍数である 28 を利用していけば（x、z）＝（4、19)、(11、15)、(18、11)、(25、7)、(32、3）の 5 通りがあることがわかります。
よって（x、y、z）＝（4、27、19)、(11、24、15)、(18、21、11)、(25、18、7)、（32、15、3）の 5 通りになります。

$\boxed{9}$ （1）まずおうぎ形の動くようすを把握しましょう。





はじめに、B を中心に BO が直線ℓと垂直になるところまで 90 度回転移動します。
そのあと、弧 AB が直線上を転がるように移動します（BO が直線ℓと垂直になったところでおうぎ形でなく円全体を考えると、転がるように動くことを理解できると思います)。このとき、中心 O は地面と平行な線をえがくように移動します。
弧 AB の長さ分だけ転がって移動したあとは、頂点 A を中心に 90 度回転移動したところで、辺 AO が直線ℓと重なって移動が終わります。したがって、点 O の動いたあとの長さは

$$6\times2\times3.14\times\frac{90}{360}\times2+6\times2\times3.14\times\frac{30}{360}=6\times2\times3.14\times\frac{210}{360}=21.98\text{（cm）}$$

(2）求める面積は 90 度のおうぎ形 2 つと長方形の面積の和です。長方形のたての長さは 6cm、横の長さは弧 AB の長さですから、

$$6\times6\times3.14\times\frac{90}{360}\times2+6\times\left(6\times2\times3.14\times\frac{30}{360}\right)=18\times3.14+6\times3.14=24\times3.14=75.36\text{（㎠）}$$