4月度　マンスリーテスト

予想問題

6年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

$\boxed{1}$ (1) 123456　(2) 1.23　(3) 2

$\boxed{2}$ (1) 1080　(2) 3500（円）　(3) 288（ページ）　(4) 火（曜日）

(5) 156（通り）　(6) 11（通り）　(7) 960（円）、1280（円）

$\boxed{3}$ (1) 3960（m）　(2) 63（km）

(3) ①（列車）A（が）90（m 長い）　② 1381（m）

$\boxed{4}$ (1) 50（㎠）　(2) 3.84（cm）　(3) 6.4（㎠）

(4) 2（㎠）　(5) 37680（㎤）　(6) 72（㎤）

$\boxed{5}$ (1) 49　(2) 169　(3) 527

$\boxed{6}$ (1) 452.16（㎤）　(2) 113.04（㎤）

$\boxed{7}$ (1) 200（円）、201（円）、205（円）、210（円）、250（円）

(2) 90（円）、135（円）、140（円）、150（円）、205（円）

$\boxed{8}$ (1) $\frac{2}{5}$（倍）　(2) 64（分後）　(3) 73（分後）

配　点

各 5 点　$\boxed{2}$(7)、$\boxed{3}$(3)①、$\boxed{7}$ (1)・(2) すべてできて得点

解　説

$\boxed{1}$ 計算問題

(1) $(36\times8-24\times5+12\times2)\times643$
$=(12\times3\times8-12\times2\times5+12\times2)\times643$
$=(12\times24-12\times10+12\times2)\times643$
$=\{12\times(24-10+2)\}\times643$
$=(12\times16)\times643$
$=\underline{123456}$ です。

(3)　$8\times(17\times0.125-\boxed{}\times0.875+4\times0.625)$

$=8\times(17\times\frac{1}{8}-\boxed{}\times\frac{7}{8}+4\times\frac{5}{8})$

$=17\times1-\boxed{}\times7+4\times5$

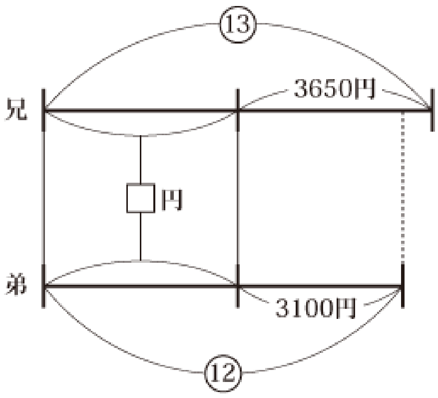
$=17-\boxed{}\times7+20$

$=37-\boxed{}\times7=23$ ですから、

$\boxed{}=(37-23)\div7=\underline{2}$ です。

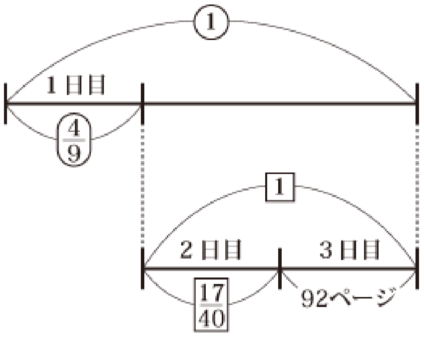
2 文章題集合

(2) 下のような線分図に整理します。



図より、3650－3100＝550（円）が13－12＝1にあたりますから、お母さんからもらったお金（図の□）は、550×12－3100＝<u>3500（円）</u>です。

(3) 下のような線分図に整理します。



線分図の下段より、3 日目に読んだ 92 ページは$\boxed{1}-\boxed{\frac{17}{40}}=\boxed{\frac{23}{40}}$にあたりますから、

$\boxed{1}$は $92\div\frac{23}{40}=160$（ページ）です。この数値を線分図の上段に持ち上げると、160 ページは$①-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$にあたりますから、この本全体のページ数である①は、$160\div\frac{5}{9}=$288（ページ）です。

(4) 2019 年 1 月 1 日から数えて 2022 年 2 月 22 日が何日目にあたるかを求めます。2020 年がうるう年であることに注意して計算すると、365＋366＋365＋31＋22＝1149（日目）です。1149÷7＝164（週）余り 1（日）ですから、2019 年 1 月 1 日と同じく火曜日です。

(5) 4 けたの整数が偶数になるのは一の位の数が偶数のときですから、□□□$\boxed{0}$、□□□$\boxed{2}$、□□□$\boxed{6}$のいずれかの形です。このうち□□□$\boxed{0}$となるのは 5×4×3＝60（通り）で、□□□$\boxed{2}$、□□□$\boxed{6}$の場合は千の位に$\boxed{0}$を入れられませんから 4×4×3＝48（通り）ずつです。よって全部で 60＋48×2＝156（通り）です。

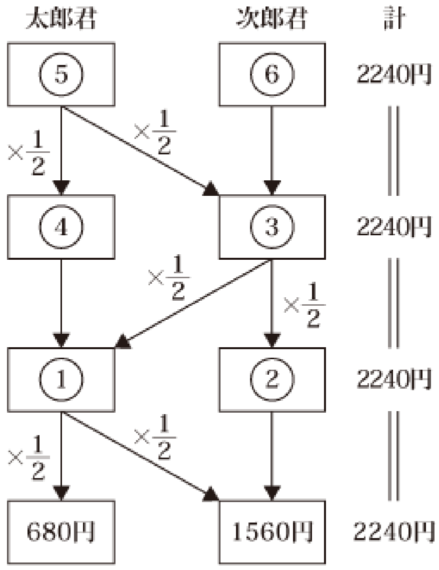
(6) 下のような表に整理します。

50円玉	2	2	2	1	1	・・・	1	1
10円玉	3	2	1	8	7	・・・	2	1
5円玉	1	3	5	1	3	・・・	13	15

3通り　8通り

50 円玉を 2 枚使う場合が 3 通り、50 円玉を 1 枚使う場合は 10 円玉の枚数が 8～1 の 8 通りあります。よって全部で 3＋8＝11（通り）です。

(7) 下のようなやりとりの表に整理します。



①から⑥の順に求めていきます。お金は 2 人の間で行き来しているだけですから、2 人の所持金の合計は常に 680＋1560＝2240（円）であることを利用すると、効率よく計算できます。①は $680\div\frac{1}{2}$ ＝1360（円）、②は 2240－1360＝880（円）、③は $880\div\frac{1}{2}$ ＝1760（円）、④は 2240－1760＝480（円）です。よってはじめの太郎君の所持金である⑤は、$480\div\frac{1}{2}$ ＝960（円）、はじめの次郎君の所持金である⑥は、2240－960＝1280（円）です。

3 速さ

(1) 池の周りで同じ地点から反対方向に進んだ 2 人が出会うのは、2 人が進んだ距離の合計が池 1 周分になる時です。ここでは A 君と C 君の進んだ距離の合計が池 1 周分になるのと、B 君と C 君の進んだ距離の合計が池 1 周分になるのにかかった時間の差が 2 分であることから、下のような比の表にまとめられます。「距離÷速さ＝時間」の関係より、距離が等しい場合、速さの比と時間の比は逆比になります。

	A君+C君		B君+C君
進んだ距離の和	1周	:	1周
速さの和	~~180m/分~~	:	~~165m/分~~
	12	:	11
かかった時間	⑪	:	⑫

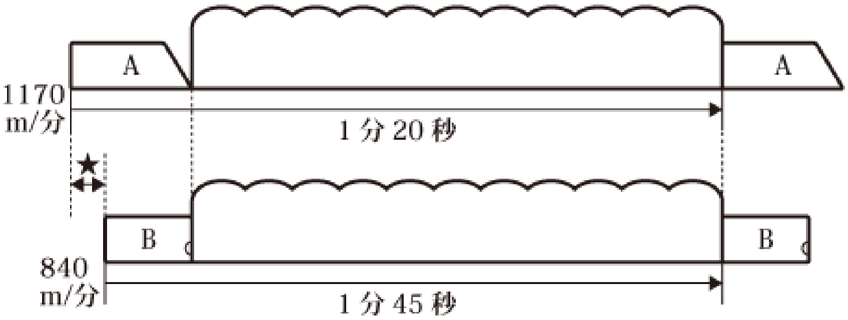
かかった時間の差2分は⑫－⑪＝①にあたりますので、A君とC君が出会うのにかかった時間である⑪は2×11＝22（分）です。よってこの道の長さは180×22＝3960（m）です。

(2) 下のような比の表に整理します。「距離÷速さ＝時間」の関係より、距離が等しい場合、時間の比と速さの比は逆比になります。

	下り		上り
距離	1	:	1
時間	~~6時間~~	:	~~$8\frac{24}{60}$時間~~
	5	:	7
速さ	⑦	:	⑤

川の流れの速さは下りと上りの速さの差の半分ですから、毎時1.5kmは(⑦－⑤)÷2＝①にあたります。下りの速さ⑦は1.5×7＝10.5（km/時）ですから、A地点とB地点の間の距離は10.5×6＝63（km）です。

(3) ① トンネルの通過に関しては、列車の進行方向を逆にしても条件は変わりませんから、列車Aと列車Bが同じ方向に走っているものとし、次のような図に表します。

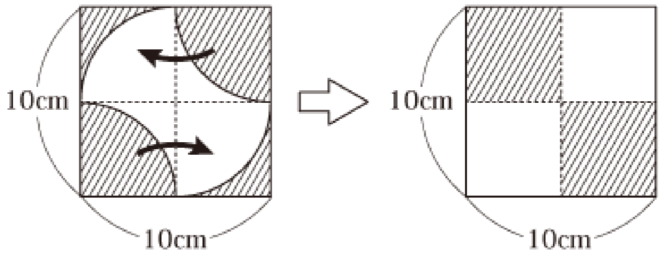


トンネルを通過するまでに列車Aと列車Bが進んだ距離はそれぞれ、$1170 \times 1\frac{20}{60} =$ 1560（m）、$840 \times 1\frac{45}{60} = 1470$（m）です。列車Aと列車Bの長さの差は図の★部ですから、1560－1470＝90（m）より、列車Aの方が90m長いと言えます。

② 列車どうしのすれちがいにかかる時間については、「列車の長さの和÷速さの和＝すれちがいの時間」という式が成り立ちますから、列車Aと列車Bの長さの和は$\frac{8}{60}$×(1170＋840)＝268（m）です。長さの差は(1)より90mですから、和差算により短い方の列車 B の長さは、(268－90)÷2＝89（m）です。よってトンネルの長さは、1470－89＝1381（m）です。

$\boxed{4}$ 図形集合

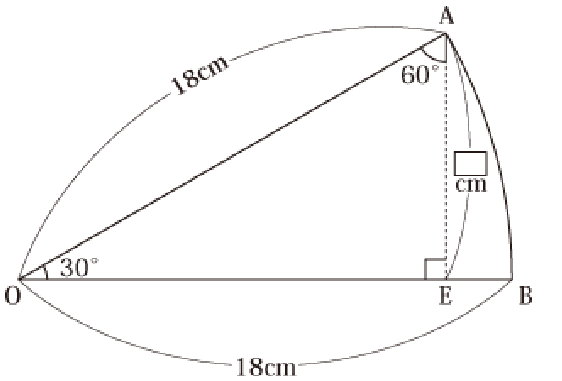
(1) 下の（図1）のように、四分円2つの向きを変えて等積移動します。



（図1）　（図2）

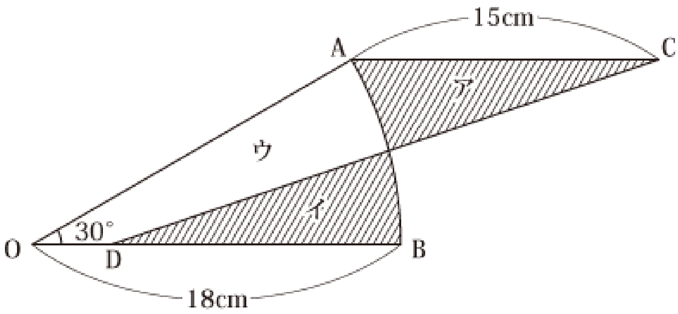
（図 2）のように 1 辺が 10÷2＝5（cm）の正方形 2 つ分の面積にまとめることができましたので、5×5×2＝50（㎠）です。

(2) 下の（図 1）のように、おうぎ形 OAB の点 A から OB に向け、垂直な線 AE を引きます。



（図 1）

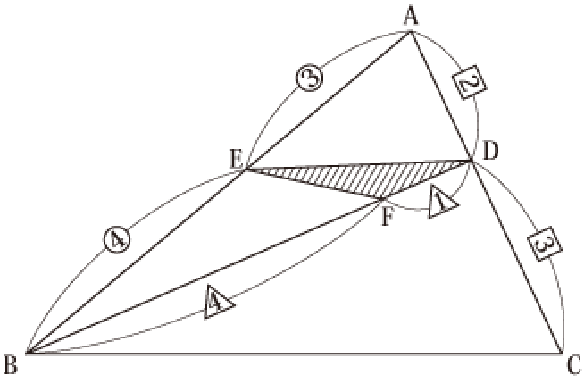
三角形 OAE は 3 つの内角が「30 度、60 度、90 度」ですから、正三角形の半分にあたる特別な直角三角形であり、60 度をはさむ辺の長さの比が 2：1 になります。よって AE の長さは 18÷2＝9（cm）です。次に下の（図 2）において、面積の等しいアの部分とイの部分それぞれに、ウの部分を加えて考えます。



（図 2）

「ア＝イ」であれば「ア＋ウ＝イ＋ウ」が成り立ちますから、台形 OACD とおうぎ形 OAB の面積が等しいことがわかります。台形 OACD の面積は、おうぎ形 OAB の面積から $18\times18\times3.14\times\frac{30}{360}$ ＝84.78（㎠）と求められ、（図 1）より台形 OACD の高さは 9cm ですから、下底 OD の長さは、84.78×2÷9－15＝3.84（cm）です。

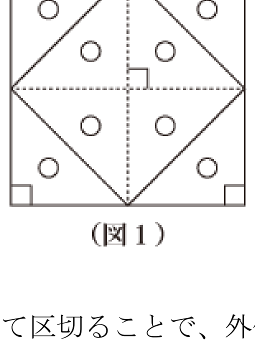
(3)



上の図で、三角形 ABD は AD を底辺とすると三角形 ABC と高さが等しいので、面積は三角形 ABC の$\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$ です。次に三角形 BDE は BE を底辺とすると三角形 ABD と高さが等しいので、面積は三角形 ABD の$\frac{4}{4+3}=\frac{4}{7}$ です。さらに三角形 DEF は DF を底辺とすると三角形 BDE と高さが等しいので、面積は三角形 BDE の$\frac{1}{4+1}=\frac{1}{5}$ です。

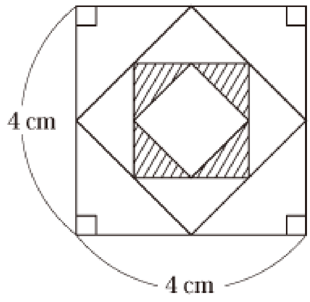
よって三角形 DEF の面積は、$140\times\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}\times\frac{1}{5}=$<u>6.4（㎠）</u>です。

(4) 外側の正方形と内側の正方形 1 組の面積の関係について、下の（図 1）の点線のように補助線を引いて考えます。


（図 1）

点線によって区切ることで、外側の正方形は合同な直角二等辺三角形 8 個に分割されます。内側の正方形は直角二等辺三角形 4 個分にあたりますから、外側の正方形の面

積は内側の正方形の面積の 2 倍です。したがって次の（図 2）で、正方形の面積は小さい順に①：②：④：⑧となります。

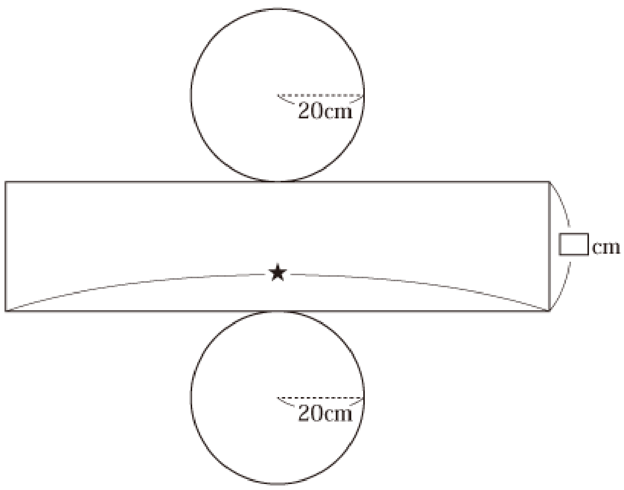


（図２）

4×4＝16（㎠）が⑧にあたり、斜線部分の面積は②－①＝①にあたりますから、

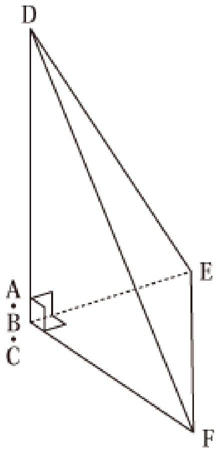
16×$\frac{1}{8}$ ＝<u>2（㎠）</u>です。

(5) 立体の表面積は立体の展開図の面積にあたりますから、下のような展開図で考えます。



図の★部は底面の円の円周と同じ長さですから、この円柱の表面積 6280 ㎠は、20×20×3.14×2＋□×20×2×3.14＝(20＋□)×20×2×3.14 の式で表せます。□の長さは 6280÷3.14÷2÷20－20＝30（cm）であり、これが円柱の高さにあたりますから、求める体積は 20×20×3.14×30＝<u>37680（㎤）</u>です。

(6) 下の図のような、直角二等辺三角形 BEF を底面とし、DA（DC）を高さとする三角すいになります。



BE、BF の長さは 12÷2＝6（cm）ですから、三角すいの体積は $6\times6\div2\times12\times\frac{1}{3}$ ＝ <u>72（㎤）</u>です。

□5 規則性

(1) 下の表のように、きまりにしたがって 4 段 4 列付近までを書き出してみます。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	・・・
1段	1	5	11	19	29	41	
2段	3	9	17	27	39	53	
3段	7	15	25	37	51		
4段	13	23	35	49			
5段	21	33	47				
6段	31	45					
7段	43						
⋮							

4 段 4 列の数は「<u>49</u>」です。ここまでかきだしてみると、「4 段 4 列」のように「段」と「列」の数字が揃うマスには平方数が入ることがわかります。

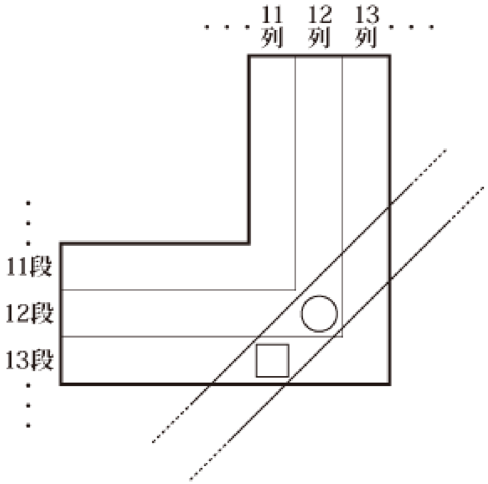
(2) 下の表のように、$\boxed{1}$組、$\boxed{2}$組、$\boxed{3}$組…と組に分けて考えます。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列	・・・
1段	$\boxed{1}$ 1	5	11	19	29	41	55	
2段	$\boxed{2}$ 3	9	17	27	39	53		
3段	$\boxed{3}$ 7	15	25	37	51			
4段	$\boxed{4}$ 13	23	35	49				
5段	$\boxed{5}$ 21	33	47					
6段	$\boxed{6}$ 31	45						
7段	$\boxed{7}$ 43							
・・・								

(1)で求めた 4 段 4 列の「49」は、7 段 1 列から始まり、1 段 7 列に向かって右上がりに進んでいく$\boxed{7}$組に属しています。「49」はこの組番号である$\boxed{7}$の平方数であることに注目します。このように平方数が入る「段」と「列」の数字が揃うマスは、$\boxed{1}$組、$\boxed{3}$組、$\boxed{5}$組、$\boxed{7}$組…のように組番号が奇数の組（奇数組）の中央にのみ存在します。

また、例えば 3 段 2 列の「15」は$\boxed{4}$組（3＋2－1＝4)、2 段 5 列の「39」は$\boxed{6}$組（2＋5－1＝6）ですから、「組番号＝段番号＋列番号－1」という関係があることも利用します。7 列 7 段の数は 7＋7－1＝13 より$\boxed{13}$組です。奇数組ですから、「段」と「列」の数字が揃うマスに入る数は、組番号の平方数です。よって 13×13＝<u>169</u> です。

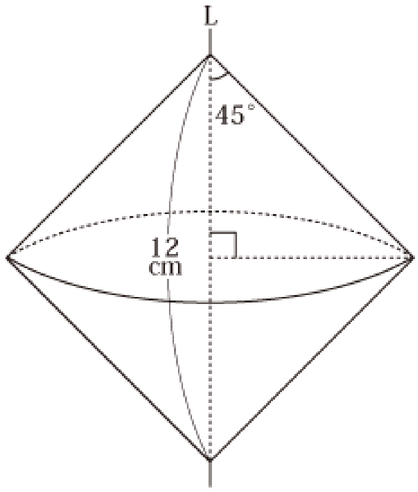
(3) 13 段 11 列のマスは、下の図の□のような位置にあります。



13 段 11 列の□は、13＋11－1＝23 より $\boxed{23}$ 組（奇数組）ですから、同じ組ですぐ右上の 12 段 12 列の○のマスには 23×23＝529 が入ります。□はこれより 1 つ前の奇数ですから、529－2＝<u>527</u> です。

$\boxed{6}$ 立体図形（回転体）

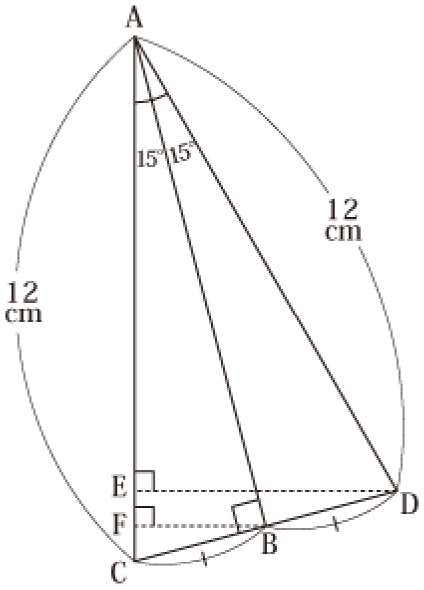
(1) 下の図のように、同じ円すいを上下にはり合わせたような立体ができます。



底面にあたる円の半径、2 つの円すいの高さは、いずれも 12÷2＝6（cm）ですから、

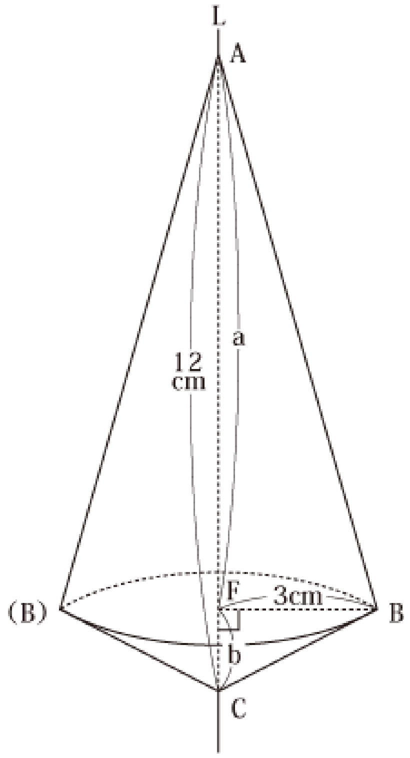
求める体積は、$6\times6\times3.14\times6\times\frac{1}{3}\times2=$<u>452.16（㎤）</u>です。

(2) 下の（図 1）のように三角形 ABC の横に、三角形 ABC と合同な三角形 ABD を向きを変えてかき加えます。



（図 1）

点 D から AC に向かって垂直な線 DE を引くと、三角形 ADE は 3 つの内角が「30 度、60 度、90 度」ですから、正三角形の半分にあたる特別な直角三角形であり、60 度をはさむ辺の長さの比が 2：1 です。よって DE の長さは 12÷2＝6（cm）です。さらに点 B からも AC に向かって垂直な線 BF を引くと、三角形 CDE と三角形 CBF は、CB＝BD より相似比 2：1 の相似ですから、BF の長さは 6÷2＝3（cm）です。これより三角形 ABC を回転させてできる立体は次の（図 2）のようになります。



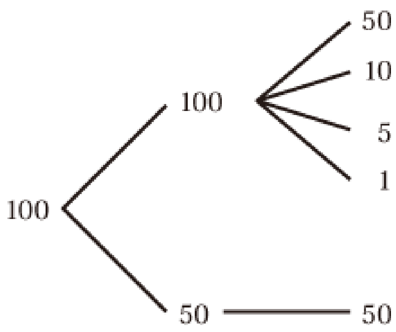
(図 2)

求める体積は、$3\times3\times3.14\times a\times\frac{1}{3}+3\times3\times3.14\times b\times\frac{1}{3}=3\times3\times3.14\times(a+b)\times\frac{1}{3}$

$=3\times3\times3.14\times12\times\frac{1}{3}=$ 113.04（㎤） です。

$\boxed{7}$ 場合の数

(1) 100 円硬貨は 1 枚で下に落ちますから、100 円硬貨 2 枚によって 2 回アの通路の底が開き、残る 1 枚は 100 円以外の硬貨であった場合と、100 円硬貨 1 枚でアの通路の底が 1 回、50 円硬貨 2 枚でイの通路の底が 1 回開いた場合が考えられます。樹形図に整理すると次のようになります。



それぞれの場合で合計金額を求めると、250 円、210 円、205 円、201 円、200 円となります。

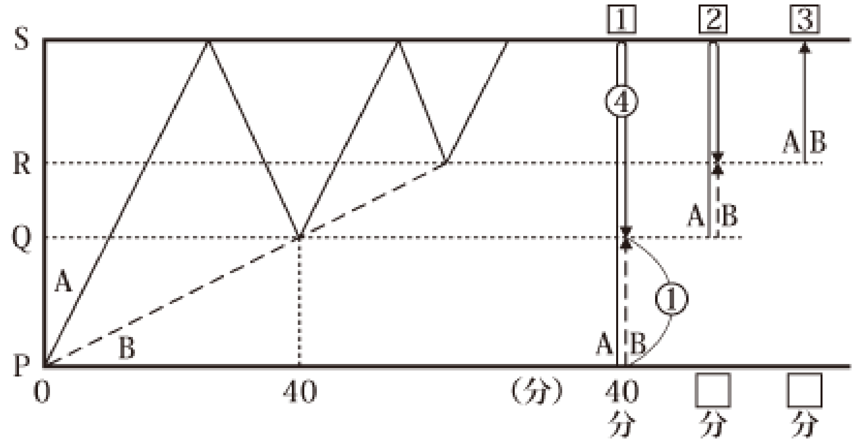
⑵ それぞれの通路の底が開くときの、下に落ちる硬貨の枚数と金額は下のようになっています。

	ア 100	イ 50	ウ 10	エ 5	オ 1
枚数	1 枚	2 枚	3 枚	4 枚	5 枚
金額	100円	100円	30円	20円	5円

3 回通路の底が開いて。どの通路にも硬貨がまったく残らなかったのですから、まずは枚数について、上の表のア～オの通路で下に落ちる枚数である 1～5 枚を 3 回分組み合わせ、たしてちょうど 9 枚になる場合を考えます。(1、3、5)、(1、4、4)、(2、2、5)、(2、3、4)、(3、3、3) の場合が考えられます。次にこれらを金額に読みかえ、それぞれの合計金額を求めます。例えば (1、3、5) の場合、上の表と照らし合わせると「1 枚」は「100 円」、「3 枚」は「30 円」、「5 枚」は「5 円」ですから、100＋30＋5＝135 (円) です。同じ進め方により、(1、4、4) は 100＋20＋20＝140 (円)、(2、2、5) は 100＋100＋5＝205 (円)、(2、3、4) は 100＋30＋20＝150 (円)、(3、3、3) は 30＋30＋30＝90 (円) となります。

$\boxed{8}$ 速さとグラフ

ダイヤグラムにP市、Q町、R町、S市の位置関係を書き込むと下のようになります。



(1) 上のグラフの右側に示した$\boxed{1}$～$\boxed{3}$の図は、ダイヤグラムから横幅が表す「時間」情報を取り払い、「位置」情報を表すたての動きだけで、2人の動きを直線上に表したものです。A君とB君が出発後はじめに出会った40分までの2人の動きは、$\boxed{1}$のようになります。A君の自動車の速さはB君の走る速さの4倍ですから、40分間でA君が動いた距離を④とするとB君の動いたPQ間の距離は①です。PS間の距離は(④＋①)÷2＝(2.5)にあたりますから、PQ間の距離は、PS間の距離の①÷(2.5)＝$\underline{\dfrac{2}{5}\text{（倍）}}$です。

(2) A君とB君がはじめて出会ってから2度目に出会うまでの2人の動きは、上の図の$\boxed{2}$で表されます。図より、2人が合わせてQS間の往復にあたる距離を進んだことがわかります。QS間の距離は(2.5)－①＝(1.5)ですから、このとき2人が進んだ距離の合計は(1.5)×2＝③です。④＋①＝⑤の距離を合わせて進むのに40分かかった2人

ですから、③の距離を合わせて進むのにかかる時間は $40\times\frac{3}{5}$ ＝24（分）です。よって出発してから 40＋24＝64（分後）です。

(3) A 君と B 君が 2 度目に出会ってから自動車で S 市に着くまでの動きは、上の図の $\boxed{3}$ で表されます。自動車が RS 間を進むのにかかる時間を求めます。

まず $\boxed{2}$ においても、A 君と B 君が同じ時間で進んだ距離の比は 4 : 1 ですから、B 君が進んだ QR 間の距離は、③ $\times\frac{1}{4+1}$ ＝ 0.6 です。

したがって RS 間の距離は、 1.5 － 0.6 ＝ 0.9 です。$\boxed{1}$ より自動車は 40 分間で④の距離を進みましたから、 0.9 の距離を進むのにかかる時間は $40\times\frac{0.9}{4}$ ＝9（分）です。よって B 君が S 市に着くのは、2 人が P 市を出発してから 64＋9＝73（分後）です。