
6年生 第2回 公開組分けテスト

予想問題

算 数

[解答と解説]

中学受験鉄人会

解 答

① (1) 3 (2) 1 (3) $1\frac{5}{9}$

② (1) 31 (2) 5 : 4 (3) 63 (度) (4) 9 (個以上) 13 (個以下)
(5) 21 (6) 5 : 3 (7) 30 (通り) (8) 72.96 (cm²)

③ (1) 3 : 5 (2) 18 (分)

④ (1) 84 (cm) (2) 189 (枚)

⑤ (1) 長方形 (2) ひし形 (3) 108 (cm³)

⑥ (1) 61 (2) 21

⑦ (1) 0.9 (km) (2) 8.55 (km)

⑧ (1) 6 (2) 63 (3) 8 (通り)

配 点

各 8 点 ② (4)は全て正解で得点

解 説

① (2) 101 にそろえて計算すると簡単です。

$$101 \times 2.4 + 202 \times 3.1 + 404 \times 1.6 + 505 \times \boxed{} = 2020$$

101 にそろえたいので、

$$101 \times 2.4 + (101 \times 2) \times 3.1 + (101 \times 4) \times 1.6 + (101 \times 5) \times \boxed{} = 101 \times 20$$

とします。分配法則を利用して

$$101 \times 2.4 + 101 \times 6.2 + 101 \times 6.4 + 101 \times (5 \times \boxed{}) = 101 \times 20$$

$$101 \times (2.4 + 6.2 + 6.4 + 5 \times \boxed{}) = 101 \times 20$$

$$101 \times (15 + 5 \times \boxed{}) = 101 \times 20$$

$$15 + 5 \times \boxed{} = 20$$

$$5 \times \boxed{} = 5$$

よって、 $\boxed{} = 1$ となります。

②(1) 4 で割ると 3 あまる数=3、7、11、15··

6 で割ると 1 あまる数=1、7、13··

4 で割ると 3 あまり、6 で割ると 1 あまる数のうちもっとも小さい数は 7 なので、次に小さい数は

$$7+(4 \text{ と } 6 \text{ の最小公倍数})=7+12=19$$

3 番目に小さい数は

$$7+12 \times 2=31$$

と求めることができます。

(2) 弟が出発してから兄に追いつかれるまでに歩いた時間は

$$8 \text{ 時 } 15 \text{ 分} - 7 \text{ 時 } 30 \text{ 分} = 45 \text{ (分間)}$$

兄が出発してから弟に追いつくまでに歩いた時間は

$$8 \text{ 時 } 15 \text{ 分} - (7 \text{ 時 } 30 \text{ 分} + 9 \text{ 分}) = 36 \text{ (分間)}$$

同じ道を進むのに兄は 36 分間、弟は 45 分間かかっているので、時間の比は

$$36 : 45 = 4 : 5$$

速さの比は時間の比の逆比ですから、求める答えは 5 : 4 と分かります。

(3) 三角形 DBE は $DB=DE$ の二等辺三角形ですから、角 $DEB=21$ 度です。三角形 DBE で外角の定理を用いると、

$$\text{角 } ADE = \text{角 } DBE + \text{角 } DEB = 21 + 21 = 42 \text{ (度)}$$

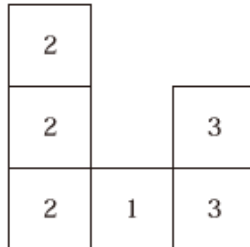
となります。また、三角形 ADE は $ED=EA$ の二等辺三角形ですから、角 $DAE=42$ 度となりますので、三角形 ABE で外角の定理を用いると、

$$\text{角 } AEC = \text{角 } ABE + \text{角 } BAE = 21 + 42 = 63 \text{ (度)}$$

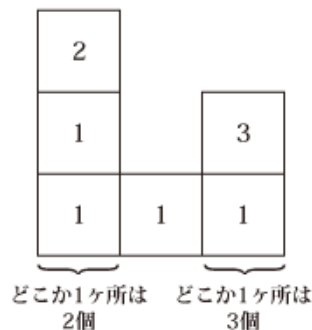
です。 $AE=AC$ より三角形 AEC は二等辺三角形となり、 $x=63$ 度と分かります。

(4) 真上から見た図に、積み重ねた立方体の個数を書き入れながら考えます。

＜もっとも多い場合＞
真上から見た図



＜もっとも少ない場合＞
真上から見た図



＜もっとも多い場合＞

左の列は正面から見て2個の高さまで積んであるので、すべて2個積んであるものとします。同様に中央の列は1個、右の列はすべて3個積んであるとすると

$$2 \times 3 + 1 \times 1 + 3 \times 2 = 13 \text{ (個)}$$

となります。

＜もっとも少ない場合＞

右の列は正面から見て2個の高さまで積んであるので、どこか1か所は2個積んであるものとし、そのほかはなるべく数を少なくするため1個にします。中央の列は1個、右の列はどこか1か所は3個積んであるものとし、そのほかはなるべく数を少なくするため1個にすると

$$2 \times 1 + 1 \times 4 + 3 \times 1 = 9 \text{ (個)}$$

となります。

したがって、9個以上13個以下と分かります。

(5) 2進法の問題です。

一番右のマス=1、右から2番目のマス=2ですから、両方のマスを使うと3が表せます。4はこの2つのマスでは表せませんが、右から3つ目のマス=4となっていま

す。

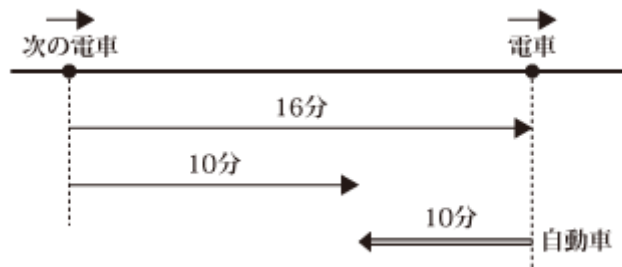
この3つのマスを使うと5、6、7はそれぞれ表すことができますが、8は表すことができないので、右から4つ目のマス=8となります。同じように、右から4つ目のマスまでを使うと9、10、…、15までは表すことができますが、16は表すことができないので、一番左のマスは16になります。したがって、

$$x=16+4+1=21$$

と求められます。

※一番右は1の位、右から2番目は2の位、右から3番目は $2 \times 2 = 4$ の位、右から4番目は $2 \times 2 \times 2 = 8$ の位、一番左は $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ の位、となっています。この考えにしたがっていけば、左にもう1マスあった場合は $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ の位になっていると求められます。

(6) 自動車と電車の出会いのようすを図で表します。



図より、自動車が10分進む距離を電車は $(16 - 10 =)$ 6分進むことがわかります。

時間の比が電車：自動車=6分：10分=3：5ですから、速さの比は5：3と求められます。

(7) 偶数は一の位が0、2、4のときです。一の位が2、4の場合は百の位に0が入らないことに注意する必要があるので、①一の位が0の場合、②一の位が2、4の場合に分けて考えます。

①一の位が0の場合

百の位は0以外の1、2、3、4の4通り、十の位は残りの3通りあるので、

$$4 \times 3 = 12 \text{ (通り)}$$

②一の位が2、4の場合

一の位が2の場合、百の位は0、2以外の3通り、十の位は(一の位に使った2と百の位に使った数の)残りの3通りあるので、

$$3 \times 3 = 9 \text{ (通り)}$$

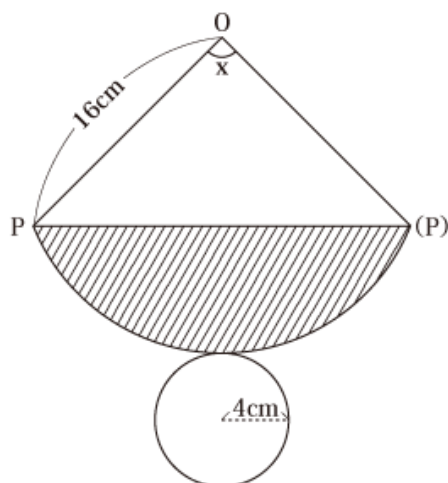
一の位が4の場合も同様ですから、全部で $9 \times 2 = 18$ （通り）

したがって、偶数になるのは

$$12 + 18 = 30 \text{（通り）}$$

と求めることができます。

(8) まず展開図をかくために、側面のおうぎ形の中心角を求めます。



側面のおうぎ形の中心角を x 度とすると、

$$\frac{4}{16} = \frac{x}{360}$$

ですから、 $x = 90$ 度です。したがって、三角形 OP (P) は直角二等辺三角形となりますから、求める面積は

$$\text{(おうぎ形の面積)} - \text{(直角二等辺三角形の面積)} = 16 \times 16 \times 3.14 \times \frac{1}{4} - 16 \times 16$$

$$\times \frac{1}{2} = 72.96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

となります。

③(1) 同じ道のを歩いたときと走ったときの時間の比は $20 \text{ (分)} : 12 \text{ (分)} = 5 : 3$ です

から、速さの比は $3 : 5$ です。

(2) 家から学校まですべて走ると 12 分かかりますから、 $\frac{1}{4}$ の道のを走るのにかかる時

間は

$$12 \times \frac{1}{4} = 3 \text{ (分)}$$

残りの道のりは $(1 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$ です。同じように、家から学校まですべて歩くと 20 分

かかりますから、 $\frac{3}{4}$ の道のりを歩くのにかかる時間は

$$20 \times \frac{3}{4} = 15 \text{ (分)}$$

したがって、

$$3 + 15 = 18 \text{ (分)}$$

が求める答えになります。

④(1) たての長さは 12 の倍数、横の長さは 28 の倍数になりますから、正方形の一辺は 12 と 28 の公倍数になります。いちばん小さい正方形の一辺の長さは 12 と 28 の最小公倍数ですから、連除法を用いて 84 (cm) と求められます。

(2) 3 番目に小さい正方形の一辺の長さは、最小公倍数が 84 ですから

$$84 \times 3 = 252 \text{ (cm)}$$

です。

このとき、たての 1 列に並ぶタイルの数は

$$252 \div 12 = 21 \text{ (枚)}$$

横に並ぶタイルの数は

$$252 \div 28 = 9 \text{ (枚)}$$

したがって、タイルの数は

$$21 \times 9 = 189 \text{ (枚)}$$

と求めることができます。

⑤(1) 3 点を通る平面で立方体を切断する問題を考えるとき、切り口を求めるルールは 3 つ

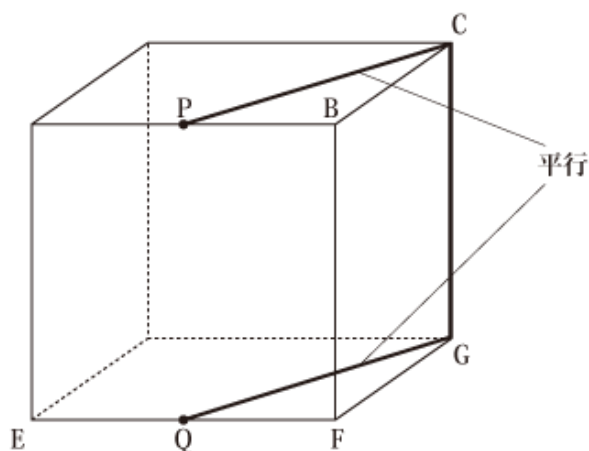
です。

- ① 3 つの点のうち同じ面上にある 2 点を線で結ぶ。
- ② 平行な面 (向かい合わせの面) にあらわれる切り口の線は平行になる。
- ③ すでに分かっている切り口の線を延長することで、①のルールを使えるようにする。

ルールは①、②、③の順で考えていきます。

まず①のルールにしたがって P と C（どちらも立方体の上の面にある）、C と G（どちらも立方体の奥・または右の面の上にある）を線で結びます。P と G は同じ面上にないので、線で結ぶことはできません。

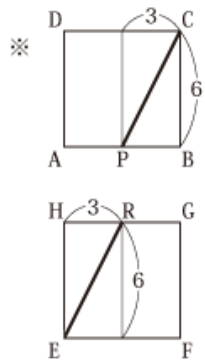
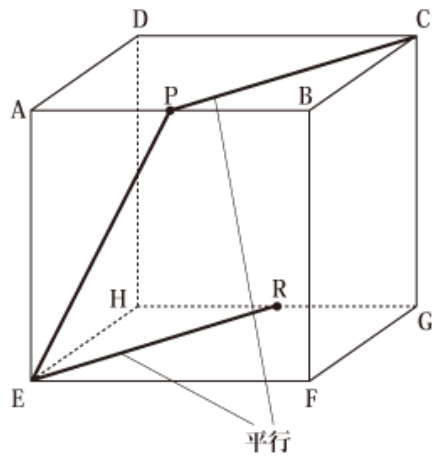
P から C、C から G までは切り口の線がつながっているのですが、G から先はどうなるのかな、と思ったところで②のルールを使います。上の面には PC という切り口の線がすでにありますから、下の面にあらわれる切り口の線は PC と平行になっているはずですが、したがって、図のような切り口の線をかくことができます。



あとは、P と Q をつなげて（立方体の手前の面の上にあるので、線で結ぶことができます）完成です。PQ は CG と平行になるため、Q は EF の真ん中の点です。したがって、切り口の図形は長方形になります。

(2) ここでも (1) と同様に考えていきます。

まず E と P（どちらも立方体の手前の面にある）、P と C（どちらも立方体の上の面にある）を線で結びます。ここで立方体の上の面に PC という切り口の線がすでにあるので、ルール②より、E から PC に平行な線を引くと図のようになります。

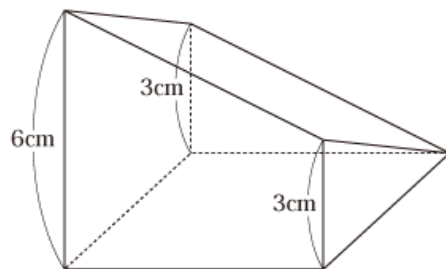


長方形の対角線を意識して
平行な線を引く

PC はたて 6cm、横 3cm の長方形の対角線にあたるので、E からひく切り口の線も、たて 6cm、横 3cm の長方形を意識してかきます。

あとは、C と R をつなげて完成です。このとき、切り口の形は四角形になっていますが、すべての辺がたて 6cm、横 3cm の長方形の対角線の長さになっていますから、すべての辺の長さが等しい四角形です。したがって、答えはひし形です。

(3) 面 BCGF を下にして考えると図のようになります。



こういった場合、同じ立体を 2 つ重ねることで体積を求めることができますが、今回は 2 つに切り分けた立体は同じ形になるので、2 つを重ねると元の立方体になります。つまり求める体積は立方体の半分になりますから、

$$6 \times 6 \times 6 \div 2 = 108 \text{ (cm}^3\text{)}$$

となります。

⑥(1) 2 つの数の和がもっとも小さい 25 になるのは $A+B$ で、和がもっとも大きい 36 に

なるのは $C+D$ です。したがって、 A 、 B 、 C 、 D の和は

$$(A+B)+(C+D)=25+36=61$$

と分かります。

(2) 2 つの数の和がもっとも小さいのは $A+B$ 、その次に小さいのは $A+C$ です。また、2 つの数の和がもっとも大きいのは $C+D$ 、その次に大きいのは $B+D$ です。残りの組み合わせは $A+D$ と $B+C$ ですが、これはどちらが大きくなるかはわかりません。

$$A+B = 25 \quad \cdots \text{①}$$

$$A+C = 26 \quad \cdots \text{②}$$

$$A+D = (29 \text{ か } 32)$$

$$B+C = (29 \text{ か } 32)$$

$$B+D = 35$$

$$C+D = 36$$

ここで①の式と②の式を見比べると、 B と C の差が $(26-25=)$ 1 であることが分かります。 B と C は差が 1 ということは、どちらかが偶数で、もう一方の数が奇数ということです。 $B+C$ は偶数+奇数=奇数になりますから、29 と 32 のうち 29 であることがわかります。

B と C の差は 1、和は 29 なので、和差算より

$$C=(29+1) \div 2=15$$

したがって、 D は

$$36-15=21$$

と分かります。

⑦(1) 花子さんはタクシーと同時に A 地点を出発し、 D 地点で折り返してきたタクシーと

C 地点で出会っているので、出会いの旅人算を利用して求めます。花子さんの歩く速さとタクシーの速さの比が $60 : 900 = 1 : 15$ なので、進んだ道のりの比も $1 : 15$ です。 C 地点から D 地点までは

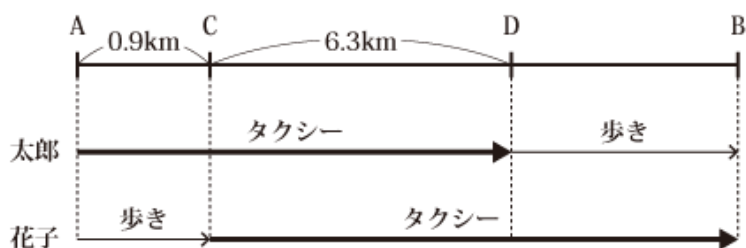
$$(15-1) \div 2 = 7$$

にあたり、これが 6.3km なので、A 地点から C 地点までは

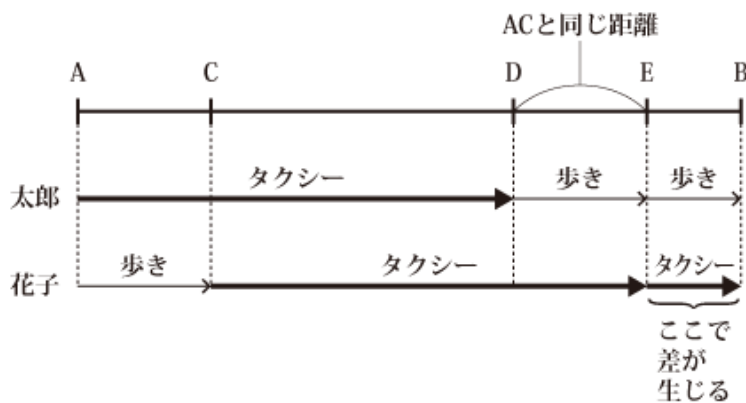
$$6.3 \div 7 \times 1 = 0.9 \text{ (km)}$$

と分かります。

(2) 太郎君と花子さんの進行のようすを表すと、図のようになります。



もし AC と DB の距離が等しい場合は 2 人が歩く道のりが等しくなり、タクシーに乗る道のりも等しくなりますから、同時に B 地点に到着します。実際には花子さんは太郎君を追い抜いて（追い抜いた地点を E 地点とします）太郎君より早く B 地点に到着していますから、DB は AC より長いことが分かります。



2 人の到着時間に差が生じたのは、EB を太郎君は歩いて、花子さんはタクシーで移動したからです。歩く速さとタクシーの速さの比は 1:15 ですから、同じ道のり (EB) を進むのにかかる時間の比は 15 : 1 です。つまり、比の (15-1=) 14 が 7 分にあたりますから、

$$7 \div (15 - 1) \times 1 = \frac{1}{2} \text{ (分)} \quad \dots \text{ タクシーで EB を進むのにかかる時間}$$

$$900 \times \frac{1}{2} = 450 \text{ (m)} = 0.45 \text{ (km)} \quad \dots \text{ EB の道のり}$$

したがって、A 地点から B 地点までの道のりは

$$AC + CD + DE + EB = 0.9 + 6.3 + 0.9 + 0.45 = 8.55 \text{ (km)}$$

と求めることができます。

⑧(1) 公約数の個数 = 最大公約数の約数の個数なので、84 と 180 の最大公約数を求めま

す。連除法より最大公約数は 12 ですから、約数は {1, 2, 3, 4, 6, 12} の 6 個です。したがって、

$$【84, 180】 = 6$$

となります。

(2) 約数の個数が 3 個となるのは、 $a \times a$ (a は素数) の形をしている数です。X と 90 の最大公約数は $a \times a$ の形をしている数ということになりますが、90 を素因数分解すると

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

なので、 $a \times a$ の形になる最大公約数は 3×3 しか考えられません。連除法で書くと

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) X \quad 90} \\ \underline{\quad \square \quad 10} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{互いに素であり、} \\ \text{これ以上連除法で} \\ \text{割れないことに注意} \end{array}$$

となります。ここで \square は 10 とは互いに素(これ以上連除法で割ることができない数)であることに注意すると、 \square に入る数は小さいほうから 1, 3, 7, 9, ... となりますので、3 番目に小さい数は 7 です。したがって、

$$X = 7 \times (3 \times 3) = 63$$

と求めることができます。

(3) まずは 56 の約数を考え、56 と Y の最大公約数になりそうな数の候補を考えます。約数の個数が 4 個となるのは、次の①、②いずれかの形をしている数です。

$$\textcircled{1} a \times a \times a \text{ (} a \text{ は素数)} \quad \rightarrow \quad \text{約数は } \{1, a, a \times a, a \times a \times a\}$$

② $a \times b$ (a, b は異なる素数) \rightarrow 約数は $\{1, a, b, a \times b\}$

56 を素因数分解すると

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

なので、56 の約数のうち、①②の形をしているものを考えると

①の形をしている 56 の約数 $= 2 \times 2 \times 2 (=8)$

②の形をしている 56 の約数 $= 2 \times 7 (=14)$

となります。

・ 56 と Y の最大公約数が 8 の場合

連除法で書くと

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 56 \quad Y} \\ \underline{7 \quad \square} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{互いに素} \end{array}$$

となります。□に入る数は 7 と互いに素 (これ以上連除法で割ることができない数)

であることと、Y が 56 より小さい (つまり □ は 7 より小さい) ことに注意すると

$$\square = 1 \quad \rightarrow \quad Y = 1 \times 8 = 8$$

$$\square = 2 \quad \rightarrow \quad Y = 2 \times 8 = 16$$

$$\square = 3 \quad \rightarrow \quad Y = 3 \times 8 = 24$$

$$\square = 4 \quad \rightarrow \quad Y = 4 \times 8 = 32$$

$$\square = 5 \quad \rightarrow \quad Y = 5 \times 8 = 40$$

$$\square = 6 \quad \rightarrow \quad Y = 6 \times 8 = 48$$

の 6 通り考えられることが分かります。

・ 56 と Y の最大公約数が 14 の場合

連除法で書くと

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 56 \quad Y} \\ \underline{4 \quad \square} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{互いに素} \end{array}$$

となります。□に入る数は 4 と互いに素 (これ以上連除法で割ることができない数)

であることと、Y が 56 より小さい (つまり □ は 4 より小さい) ことに注意すると

$$\square=1 \quad \rightarrow \quad Y=1 \times 14=14$$

$\square=2$ は、4 と互いに素にならない

$$\square=3 \quad \rightarrow \quad Y=3 \times 14=42$$

の 2 通り考えられることが分かります。

したがって、Yに入る数は全部で $(6+2=)$ 8 通り考えられます。