5月度　マンスリーテスト

予想問題

6年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

$\boxed{1}$ (1) $3\frac{19}{24}$　　(2) 1　　(3) $\frac{1}{5}$

$\boxed{2}$ (1) 150（度）　　(2) $10\frac{2}{7}$　　(3) 150（g）　　(4) $171\frac{3}{7}$（m）

(5) 40（通り）　　(6) 12（cm）　　(7)（午後）2（時）50（分）40（秒）

(8) 4（時間）0（分を超えて）4（時間）30（分まで）

$\boxed{3}$ (1) $14\frac{7}{8}$（cm）　　(2) 4 : 5 : 16　　(3) 7（個目）

(4) $\frac{2}{11}$（倍）　　(5) ① 48（cm）　　② 336（㎠）

$\boxed{4}$ (1) エ　　(2) オ　　(3) ク　　(4) コ

$\boxed{5}$ (1) 30（cm）　　(2) 360（㎠）　　(3) $13\frac{3}{19}$（cm）

$\boxed{6}$ (1) 8 個　　(2) 400　　(3) $5\frac{13}{30}$

$\boxed{7}$ (1) 197.16（㎤）　　(2) 155.44（㎤）　　(3) 284.56（㎠）

配　点

各 5 点　$\boxed{2}$(7)、(8) すべてできて得点

解　説

$\boxed{1}$ 計算問題

(3)　$1-\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}$

$=1-(\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5})$

$=1-(\frac{1}{1}\cancel{-\frac{1}{2}}\cancel{+\frac{1}{2}}\cancel{-\frac{1}{3}}\cancel{+\frac{1}{3}}\cancel{-\frac{1}{4}}\cancel{+\frac{1}{4}}-\frac{1}{5})$

$=1-(1-\frac{1}{5})$

$=\underline{\dfrac{1}{5}}$ です。

$\boxed{2}$ 文章題集合

(1) 正十二角形の 1 つの外角の大きさは 360÷12＝30（度）ですから、1 つの内角の大きさは 180－30＝<u>150（度）</u>です。

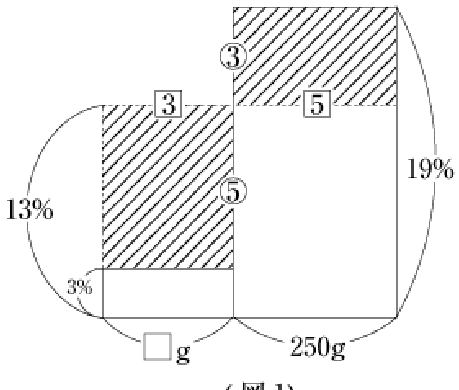
(2) $3\dfrac{5}{24}=\dfrac{77}{24}$、$2\dfrac{19}{36}=\dfrac{91}{36}$ ですから、求める分数を$\dfrac{B}{A}$とすると、下のように書き表せます。

$$\frac{77}{24}\times\frac{B}{A}=\frac{77\times B}{24\times A}=\text{整数}$$

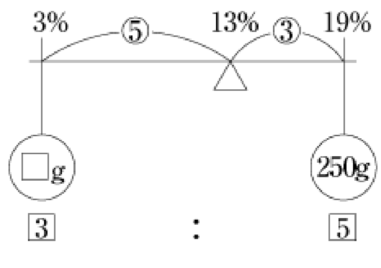
$$\frac{91}{36}\times\frac{B}{A}=\frac{91\times B}{36\times A}=\text{整数}$$

分数どうしの積が整数になるのは、約分の結果、分母が 1 になるときですから、分子の B は 24 と 36 の公倍数、分母の A は 77 と 91 の公約数です。求めるのはこのうち最小の分数ですから、分子 B は公倍数の中でも最も小さな最小公倍数と決まり、同じ分子の場合、分母は大きいほど分数としては小さくなりますから、分母 A は公約数の中でも最も大きな最大公約数と決まります。よって$\dfrac{72}{7}=\underline{10\dfrac{2}{7}}$ です。

(3) 下の（図 1）のような面積図か、（図 2）のような天秤をかきます。



(図 1)



(図 2)

（図 1）では面積の等しい斜線部分の長方形のたての長さの比が、(図 2）では支点からおもりまでの長さの比が（13－3）:（19－13）＝⑤：③ですから、(図 1）では長方形の横の長さの比が、(図 2）ではおもりの重さの比が逆比の$\boxed{3}$：$\boxed{5}$になります。いずれの図でも 250g が$\boxed{5}$にあたりますから、3%の食塩水の重さである$\boxed{3}$は、$250\times\frac{3}{5}=$ 150（g）です。

(4) 太郎君と次郎君が同じ時間に進む距離の比は 1200：(1200－150）＝⑧：⑦です。

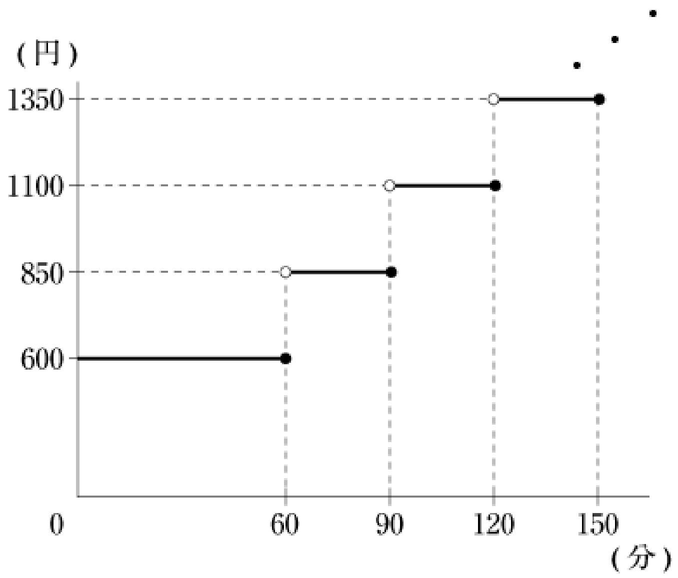
太郎君のみスタート地点を後方に下げる場合、次郎君が走る 1200m が⑦にあたることになります。太郎君は同じ時間で⑧－⑦＝①だけ多く走れるのですから、次郎君と同時にゴール地点に着くためには、①だけスタート地点を下げればよいことになります。よって求める距離は、$1200\times\frac{1}{7}=171\frac{3}{7}$（m）です。

(5) 3 の倍数は、各位の数の和も 3 の倍数になっていますから、まず {0、1、2、4、5、6} の中から 3 つの数を選び、たしたときに 3 の倍数ができる組み合わせを調べます。(0、1、2)、(0、1、5)、(0、2、4)、(0、4、5)、(1、2、6)、(1、5、6)、(2、4、6)、(4、5、6）の 8 つの組み合わせがあり、このうち「0」を含む 4 つの組み合わせは 3 けたの数を作る並べ方が 2×2×1＝4（通り）ずつあり、「0」を含まない 4 つの組み合わせは 3×2×1＝6（通り）ずつありますから、全部で 4×4＋6×4＝40（通り）です。

(6) $4\times1\frac{30}{60}\times\frac{1}{50000}\times1000\times100=$ 12（cm）です。

(7) 5 月 1 日の正午から 5 月 3 日の午後 4 時までは 12＋24＋16＝52（時間）あります。3 時間で 4 分遅れる時計は、52 時間では $4\times\frac{52}{3}=69\frac{1}{3}$（分）＝1（時間）$9\frac{1}{3}$（分）遅れますから、4（時）－1（時間）$9\frac{1}{3}$（分）＝2（時）$50\frac{2}{3}$（分）より、午後 2 時 50 分 40 秒を指しています。

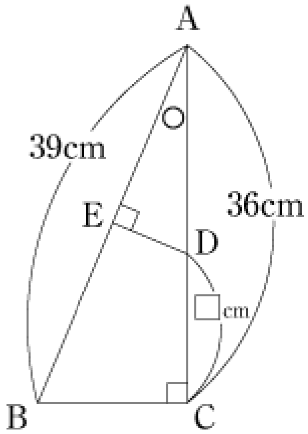
(8) 下のようなグラフで表されます。



料金が加算された回数は、(2350－600)÷250＝7（回）ですから、駐車した時間は最大の場合で 1（時間）＋30（分）×7＝4（時間）30（分）です。したがって駐車時間は 4 時間 0 分を超えて 4 時間 30 分までです。

3 図形集合

(1) 下の図で、角 A の大きさを「○」とすると、三角形 ABC と三角形 ADE はともに○と直角を内角に持ち、2 角が等しいので相似です。

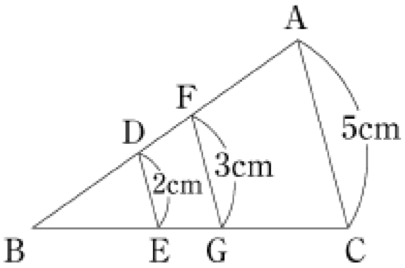


○の角をはさむ辺の長さの比は、長い方から順に 39：36＝13：12 ですから、三角形 ADE においては AD の長さを⑬とすると、AE の長さが⑫となります。AE＝EB よ

り AE の長さは $39 \div 2 = \frac{39}{2}$ （cm）ですから、13にあたる AD の長さは、$\frac{39}{2} \times \frac{13}{12} =$

$21\frac{1}{8}$ （cm）です。よって DC の長さは $36 - 21\frac{1}{8} = \underline{14\frac{7}{8}}$ （cm）です。

(2) 下の図で、三角形 DBE と三角形 FBG と三角形 ABC は相似であり、相似比は 2 : 3 : 5 です。



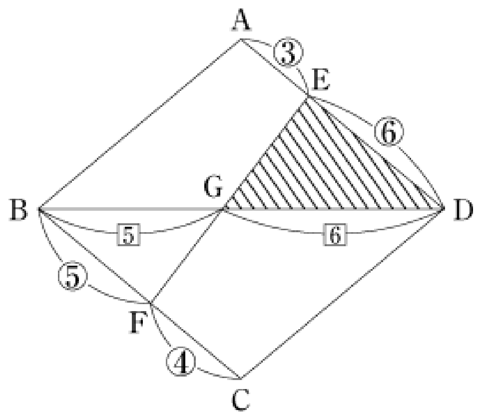
相似比が 2 : 3 : 5 である三角形の面積比は（2×2）:（3× 3）:（5×5）＝ 4 : 9 : 25 ですから、四角形 DEGF の面積は 9 － 4 ＝ 5 、四角形 FGCA の面積は 25 － 9 ＝ 16 となります。よって求める面積の比は、<u>4 : 5 : 16</u> です。

(3) 水そう上部の水が入っていない部分と、おもり 1 個分の体積の比を、下のような比の表から求めます。「底面積×高さ＝体積」の関係より、比どうしもかけ算ができます。底面積の比において、3.14 はどちらにもかけますので省いても比は変わりません。

	水そう上部		おもり 1 個
底面積	~~6×6~~	:	~~3×3~~
	4	:	1
高さ	8	:	5
体積	32	:	5

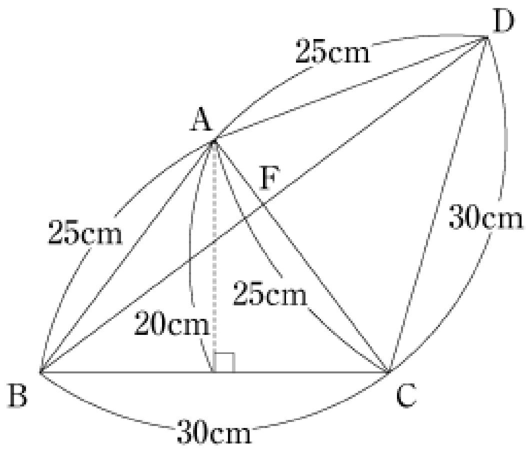
体積㉜の水そう上部に体積⑤のおもりが何個分収まるかを求めますから、㉜÷⑤＝6（個）余り②より、水があふれ出すのは6＋1＝<u>7（個目）</u>のおもりを沈めているときです。

(4) 下の図で、BC の長さを⑤＋④＝⑨とすると、AD 上において、E は同じ⑨の長さを 1 : 2 に分ける点ですから、AE の長さは⑨$\times\frac{1}{1+2}$ ＝③、ED の長さは⑨−③＝⑥となります。



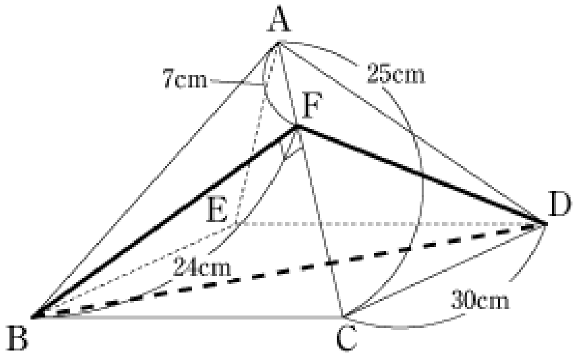
三角形 DEG と三角形 BFG は相似で、相似比は 6 : 5 ですから、DG : BG も $\boxed{6}$: $\boxed{5}$ です。三角形 DEG の面積は、ひし形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ である三角形 DAB の、$\frac{6}{6+3}\times\frac{6}{6+5}$ ですから、$\frac{1}{2}\times\frac{6}{6+3}\times\frac{6}{6+5}=\underline{\frac{2}{11}}$ （倍）です。

(5) ① 糸が通る面のみ展開図をかくと、次のようになります。立体上に最短の長さで張った糸は、展開図上では直線になります。



三角形 ABF と三角形 ADF は、辺 AF は共通、AB＝AD、角 BAF＝角 DAF で、2 辺の長さとその間の角の大きさが等しいために合同です。よって角 AFB＝角 AFD＝90（度）となりますから、AC と BF は垂直です。三角形 ABC の面積は 30×20÷2＝300（㎠）、BF は三角形 ABC で辺 AC を底辺としたときの高さにあたりますから、300×2÷25＝24（cm）です。よって BD の長さは、24×2＝48（cm）です。

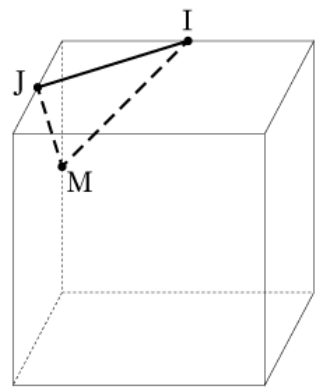
② 切り口を作図すると下の図のようになります。



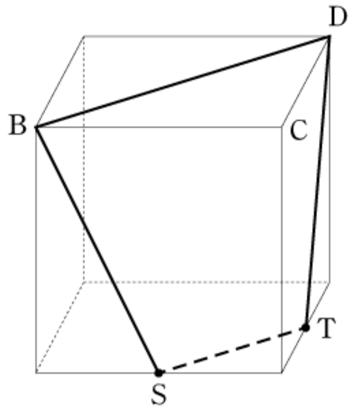
2 つに切り分けられた立体の表面積はそれぞれ、もともとの四角すい A−BCDE に存在したどこかの面の面積と、新たにうまれた切り口 BDF の面積が加わったものですが、切り口 BDF はどちらの立体にも存在するので、その面積は「表面積の差」を考えるうえでは無視することができます。よって四角すい A−BCDE の表面積の配分のみを考えると、もともとの 30×30＋300×4＝2100（㎠）のうち、点 C を含む下側の立体に 24×(25－7)÷2×2＋30×30÷2＝882（㎠）がありますから、点 A を含む上側の立体にあるのは 2100−882＝1218（㎠）です。よって 2 つの立体の表面積の差は、1218−882＝336（㎠）です。

4 立体切断

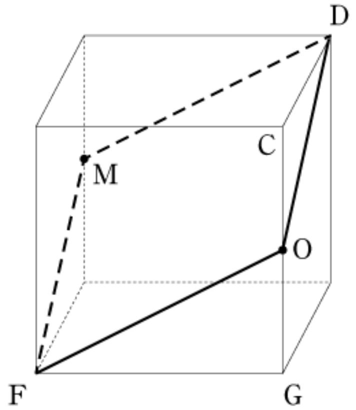
(1) 切り口は下の図のような三角形になります。三角形の 3 辺はいずれも正方形の辺の中点どうしを結び、同じ長さですから、エの正三角形です。



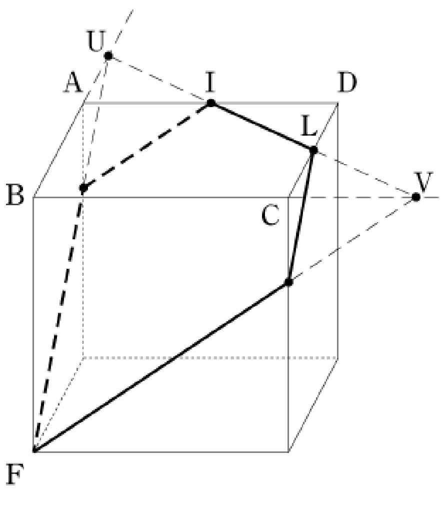
(2) 切り口は下のような四角形になります。切断面を作図する際、向かい合う面には平行な線があらわれますから、BD と平行な線を S から引きます。上面の三角形 BCD と同様に直角二等辺三角形を底面でも作ればよいですから、S と T を結びます。できたのはオの等脚台形です。



(3) 切り口は下のような四角形になります。(2)同様、向かい合う面にあらわれる線は平行です。DM と平行な線を F から、FM と平行な線を D から引きますから、それぞれに CG の中点 O に到達します。できたのは 4 辺の長さの等しい四角形ですが、対角線の長さ、DF と MO の長さは異なることに注意します。切り口は正方形ではなく、クのひし形です。

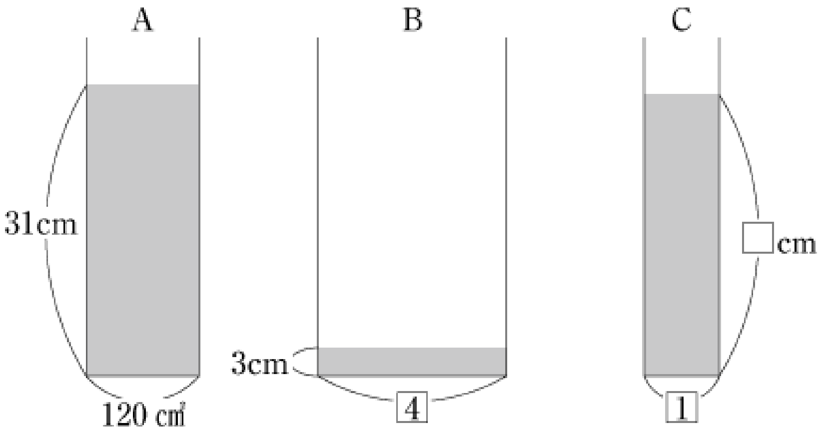


(4) 切り口は下のような図形になります。IL を含む面 ABCD を広げて考えます。辺 BA、辺 BC を、B から A と C の方に向かって延長することで上面が広がりますので、IL を上面のふちとぶつかる点まで延長し、隣りの面とぶつかった点を U、V とします。U、V はそれぞれ F と同じ平面上にある点ですから、FU、FV を結ぶことで切断面があらわれます。できた図形は 5 つの角がありますが、5 辺の長さが等しいとは言えませんので、コの五角形です。



$\boxed{5}$ 水量変化

(1) はじめは下の図のような状態です。

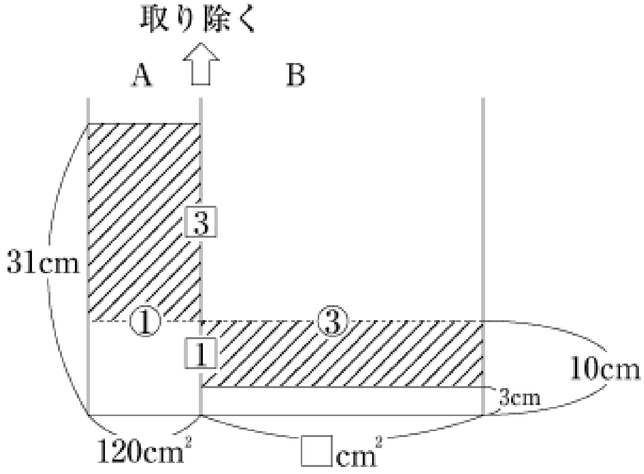


容器 B と容器 C について、下のような比の表にまとめます。「体積÷底面積＝深さ」の関係より、比どうしも割り算ができます。

	容器B		容器 C
水の体積	2	:	5
底面積	$\boxed{4}$	:	$\boxed{1}$
深さ	$\cancel{1/2}$	:	$\cancel{5}$
	①	:	⑩

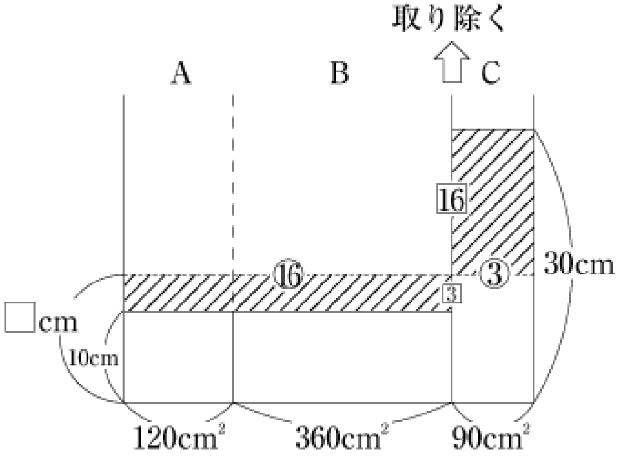
①が 3cm ですから、⑩の容器 C の水の深さは 3×10＝30（cm）です。

(2) 容器 A と容器 B の水の深さはどちらも $30\times\frac{1}{3}$ ＝10（cm）になりました。2 つの容器の水の深さが等しくなったということは、次の図のように 2 つの容器をくっつけて間の仕切りを取り除いたときと同じ深さになったと考えることができます。



容器Aにあった斜線部の水が容器Bの斜線部に流れ込んで同じ水位になったと考えられますから、斜線部どうしの体積（この図では面積）は同じです。斜線部分のたての長さ（深さ）の比が（31－10）:（10－3）＝$\boxed{3}$: $\boxed{1}$ですから、横の長さ（底面積）の比は逆比の①：③です。①が 120 ㎠ですから、③である容器Bの底面積は、120×３＝<u>360（㎠）</u>です。

(3) (2)と同様に、あらかじめくっついて同じ深さになっている容器Aと容器Bに、下の図のように新たに容器Cをくっつけ、間の仕切りを取り除くと考えます。容器Cの底面積は 360÷4＝90（㎠）です。



容器Cにあった斜線部の水が容器A・Bの斜線部に流れ込んで同じ水位になったと考えられますから、斜線部どうしの体積（この図では面積）は同じです。斜線部分の横の

長さ（底面積）の比が（120＋360）: 90＝⑯ : ③ですから、たての長さ（深さ）の比は逆比の$\boxed{3}$: $\boxed{16}$ です。$\boxed{3}$＋$\boxed{16}$＝$\boxed{19}$が 30－10＝20（cm）にあたりますから、$\boxed{3}$は、$20\times\frac{3}{19}=3\frac{3}{19}$ （cm）です。よって求める深さは $10+3\frac{3}{19}=13\frac{3}{19}$ （cm）です。

$\boxed{6}$ 数の性質（既約分数）

(1) 分母の 30 を素因数分解すると 30＝2×3×5 ですから、既約分数になるのは分子が 2 と 3 と 5 の倍数以外のときです。1 より小さいものをすべて書き出すと、$\frac{1}{30}$、$\frac{7}{30}$、$\frac{11}{30}$、$\frac{13}{30}$、$\frac{17}{30}$、$\frac{19}{30}$、$\frac{23}{30}$、$\frac{29}{30}$ の 8 個があります。

(2) (1)で書き出した 8 個のあとは、1 から 2 までに $1\frac{1}{30}$、$1\frac{7}{30}$、$1\frac{11}{30}$、……$1\frac{23}{30}$、$1\frac{29}{30}$ の 8 個、2 から 3 までに $2\frac{1}{30}$、$2\frac{7}{30}$、$2\frac{11}{30}$、……$2\frac{23}{30}$、$2\frac{29}{30}$ の 8 個のように、帯分数の整数部分を除けば同じ分数が繰り返されていきます。よって 0 から 10 までには 8×10＝80（個）の分数があります。はじめの分数$\frac{1}{30}$ （左端）から最後の分数 $9\frac{29}{30}$ （右端）までが、両端からの対称性をもった形で並んでいますから、合計は等差数列の和と同じように考えることができます。すべての和は、$(\frac{1}{30}+9\frac{29}{30})\times80\div2=400$ です。

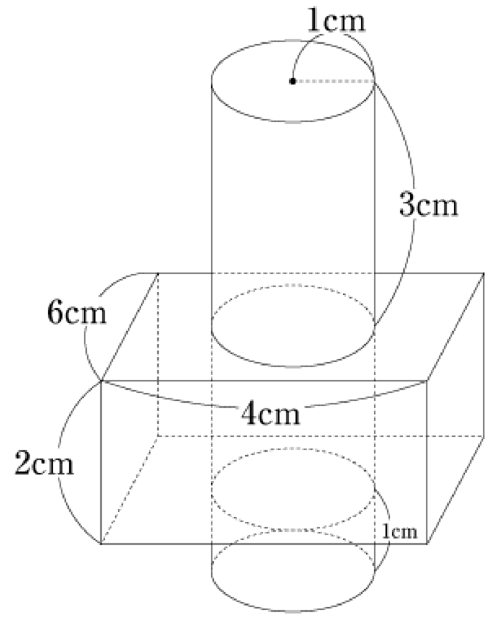
(3) $22\frac{2}{5}\div4=5.6$ より、4 つの帯分数の整数部分は 5 と見当がつけられますから、$5\frac{a}{30}+5\frac{b}{30}+5\frac{c}{30}+5\frac{d}{30}=22\frac{2}{5}$ とします。$22\frac{2}{5}$ から 4 つの帯分数のわかっている整数部分を引くことで、分数部分のみの合計を求められます。$22\frac{2}{5}-5\times4=2\frac{2}{5}=\frac{72}{30}$ より、$\frac{a}{30}+\frac{b}{30}+\frac{c}{30}+\frac{d}{30}=\frac{a+b+c+d}{30}=\frac{72}{30}$ ですから、a＋b＋c＋d＝72 です。a～d の 4 つの数の平均が 72÷4＝18 であることから、(1)で書き出した 8 個の分数の分子のうち、a～d

にあたるのは 13、17、19、23 とわかります。よっていちばん小さい分数は $\underline{5\frac{13}{30}}$ です。

$\boxed{7}$ 立体図形（くりぬき）

(1) 1 辺が 6cm の立方体から、底面の半径が 1cm、高さが 6cm の円柱をくりぬきます。立方体の体積は 6×6×6＝216（㎤）、円柱の体積は 1×1×3.14×6＝18.84（㎤）ですから、216－18.84＝<u>197.16（㎤）</u>です。

(2) (1)、(2)でくりぬいたのは下のような立体です。



上下に分かれた円柱部分をひとまとめにし、直方体部分と合わせてくりぬいた立体の体積を求めると、1×1×3.14×(3＋1)＋6×4×2＝60.56（㎤）です。よって求める体積は、216－60.56＝<u>155.44（㎤）</u>です。

(3) もともとの立方体の表面積である、6×6×6＝216（㎠）からの増減で考えます。(2)のくりぬかれた側の立体を、

①円柱部分底面（いちばん上の面・いちばん下の面）
②円柱部分側面（上段・下段）
③直方体部分底面（上・下。円形の穴のあいた長方形）
④直方体部分側面（前・後）
⑤直方体部分側面（左・右）

に分けて考えます。立方体に穴をあけたことで減った面積は、①と④ですから、1×1×3.14×2＋2×4×2＝22.28（㎠）が減っています。一方、くりぬいたことで立体の内部で表面積を増やしたのが、②の 1×2×3.14×(3＋1)＝25.12（㎠）、③の(6×4－1×1×3.14)×2＝41.72（㎠）、⑤の 2×6×2＝24（㎠）ですから、合わせて 25.12＋41.72＋24＝90.84（㎠）が増えています。よって求める表面積は、216－22.28＋90.84＝<u>284.56（㎠）</u>です。