6 月度　　マンスリーテスト

予想問題

6 年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

$\boxed{1}$ (1) 68　(2) $\frac{3}{8}$　(3) $7\frac{3}{10000}$　(7.0003)

$\boxed{2}$ (1) 7.5（km）　(2) 1000（円）　(3) 7（枚）　(4) 12（個）　(5) 1008（m）

(6) 5.5（cm）　(7) 14（個）　(8) 19（個）　(9) 67（票）　(10) 12（通り）

$\boxed{3}$ (1) 20（㎠）　(2)（毎秒）30（㎤）　(3) ①（毎秒）60（㎤）　② $21\frac{2}{3}$（秒後）

$\boxed{4}$ (1) 8（種類）　(2) ① 81（種類）　② 36（種類）　(3) 7（色）

$\boxed{5}$ (1) 110（㎠）　(2) 385（個）　(3) 2109（個）

$\boxed{6}$ (1) 75（㎠）　(2) 4（秒後）　(3) 5.5（秒後）

$\boxed{7}$ (1)（毎秒）100（㎤）　(2) 20（cm）　(3) 440（秒後）

配　点

各 5 点

解　説

$\boxed{1}$ 計算問題

(3) (22.4 ㎡＋9.6 ㎠)÷3.2 ㎡

$$=\frac{22.4}{3.2}+\frac{9.6}{100\times100\times3.2}$$

$$=7+\frac{3}{10000}$$

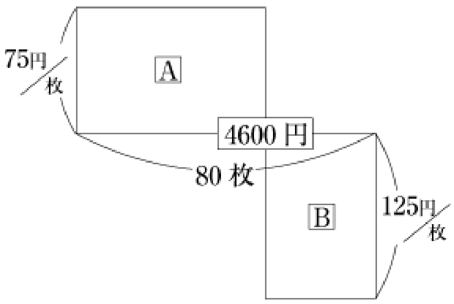
$$=\underline{7\frac{3}{10000}}$$ （7.0003）です。

$\boxed{2}$ 小問集合

(1) $15\div\frac{1}{50000}\div100\div1000=\frac{15\times50000}{100\times1000}=$ <u>7.5（km）</u>です。

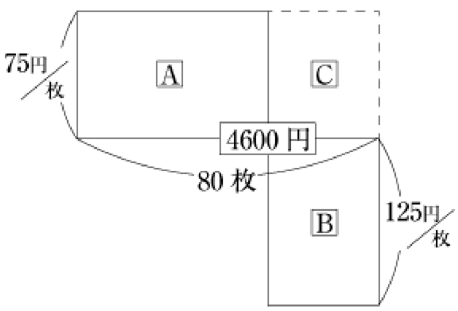
(2) 原価を①円とすると，売り値は①×(1＋0.3)×(1－0.2)＝(1.04)（円）です。①よりも増えた(1.04)－①＝(0.04)にあたるのが40円ですから，①の原価は40÷0.04＝1000（円）です。

(3) 弁償算も面積図で考えることができます。まず下の（図1）のように，お皿を運んでもらえた金額$\boxed{A}$を左上に，割ってしまって払った金額$\boxed{B}$を右下に配置します。$\boxed{B}$の横の長さが割った枚数となります。最終的に4600円もらっていますから，$\boxed{A}$の面積から$\boxed{B}$の面積を引いた差が4600円ということです。



(図1)

次に下の（図2）の点線のような補助線を引き，あらたに$\boxed{C}$の部分を作ります。$\boxed{A}$と$\boxed{C}$の面積の合計は75×80＝6000（円）です。



(図2)

ここで下の枠内の関係を考えます。$\boxed{A}$ と $\boxed{B}$ の差が 4600 円でしたが，$\boxed{A}$ に $\boxed{C}$ を加えた分，$\boxed{B}$ にも $\boxed{C}$ を加えて引けば，その差は同じ 4600 円になるはずです。

$$\boxed{A} - \boxed{B} = 4600\text{円}$$

$$\shortparallel$$

$$\boxed{\begin{matrix}A\\ \cdot\\ C\end{matrix}} - \boxed{\begin{matrix}B\\ \cdot\\ C\end{matrix}} = 4600\text{円}$$

$$6000\text{円} \quad \boxed{}\text{円}$$

ここから $\boxed{B}$ と $\boxed{C}$ の和を 6000－4600＝1400（円）と求めることができます。(図 2)で，$\boxed{B}$ と $\boxed{C}$ の和を表す長方形のたての長さは 75＋125＝200（円/枚）ですから，横の長さ，すなわち割った枚数は，1400÷200＝<u>7（枚）</u>です。

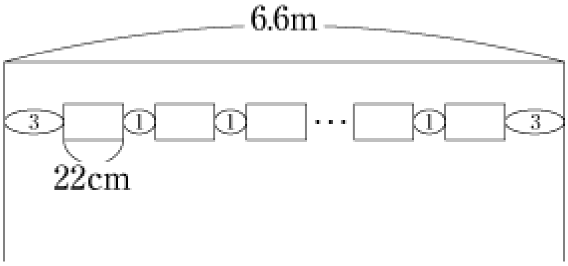
(4) 6 の倍数は 2 と 3 の公倍数ですから，2 の倍数と 3 の倍数の性質をあわせ持ちます。すなわち各位の数の和が 3 の倍数で，かつ 1 の位が偶数です。まずたして 3 の倍数になる 3 つの数の組み合わせには（0，1，8），（0，3，6），（1，3，8），（1，6，8）の 4 通りがあり，それぞれで 1 の位が偶数になる並べ方は，（0，1，8）では「108」，「180」，「810」の 3 通り，（0，3，6）では「306」，「360」，「630」の 3 通り，（1，3，8）では「138」，「318」の 2 通り，（1，6，8）では「168」，「186」，「618」，「816」の 4 通りがあります。よって全部で 3＋3＋2＋4＝<u>12（個）</u>です。

(5) 下のような比の表にまとめます。「距離÷速さ＝時間」の関係より，距離が等しい場合，速さの比と時間の比は逆比になります。

	行き		帰り
距離	1	：	1
速さ	~~84m/分~~	：	~~72m/分~~
	7	：	6
時間	⑥	：	⑦

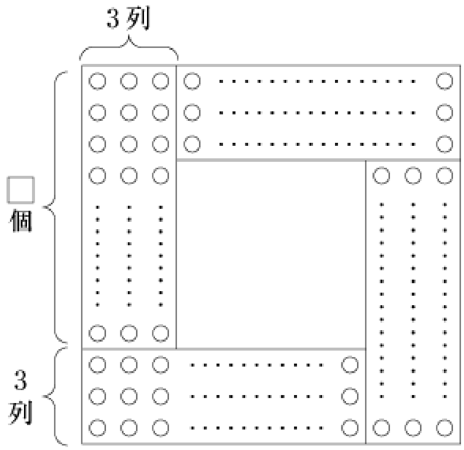
歩いた時間の合計である 33－7＝26（分）は，上の表の⑥＋⑦＝⑬にあたりますから，行きにかかった時間⑥は $26\times\frac{6}{13}=12$（分）です。よって花子さんの家からコンビニまでの道のりは，84×12＝1008（m）です。

(6) 下のような図で考えます。絵と絵の間かくを（1），両はしの絵からかべまでの長さを（3）とします。



絵がはられない部分の長さの合計は 660－22×23＝154（cm）で，この長さが（1）×(23－1)＋（3）×2＝（28）にあたりますから，絵と絵の間かくである（1）の長さは，154÷28＝5.5（cm）です。

(7) 中空方陣は下の図のように区切ることで，個数の等しい 4 つのブロックに分けることができます。

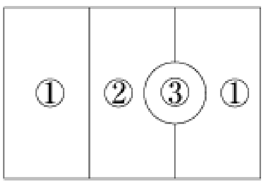


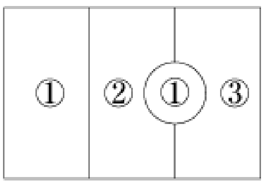
1 ブロックあたりの個数は 132÷4＝33（個），図の□の個数は 33÷3＝11（個）ですから，外側の 1 辺の個数は 11＋3＝14（個）です。

(8) 10＝2×5 ですから，1 から 80 までに含まれる素因数の 2 と 5 のペアの数だけ，一の位から 0 が並ぶことになります。2 と 5 のペアの数は，数の少ない方の 5 の数と同数になりますから，5 の数を数えます。1 から 80 までには 5 の倍数が 80÷5＝16（個），5×5 である 25 の倍数が，80÷25＝3 余り 5 より 3（個）ありますから，積には 0 が一の位から連続して 16＋3＝19（個）並びます。

(9) B が当選するのに一番厳しい展開を想定し，それでも勝てる票数があれば確実に当選できる，と考えます。B にとって一番厳しいのは，最大のライバルである A と投票日当日の票のすべてを分け合う展開です（C や D に票が流れるほど A の票数が減り，B にとっては勝ちやすくなります)。すでに A と B に入っている 11＋6＝17（票）に，残りの 150－23＝127（票）のすべてを加えた 144 票を A と B だけで分け合うとすると，144÷2 =72（票）となりますが，同数では当選確実と言えません。勝つには 72＋1＝73（票）以上が必要です。ここからすでに獲得している票数を引きますから，73－6＝67（票）以上 が当選確実のために必要な票数です。

(10) 3 色のうち 1 色目に使う色を①，2 色目に使う色を②，3 色目に使う色を③とすると，ぬり分け方は下の 2 通りの場合が考えられます。





それぞれの場合で①から③に青，黄，赤のどの色をあてるのか，積の法則を用いて計算するといずれも

① ② ③

□ □ □
↑ ↑ ↑
3 × 2 × 1＝6（通り）

となりますから，全部で 6×2＝12（通り）です。

3 水量グラフ（基本）

(1) グラフよりはじめの水位が 15cm あり，これは水そうに 300 ㎤の水が入った状態での水位ですから，水そうの底面積は 300÷15＝20（㎠）です。

(2) グラフより，管 A だけを使ったはじめの 7 秒間では水位が 22－15＝7（cm）増えていますから，管 A からは 20×7÷7＝20（㎤/秒）の割合で水が入ります。また管 A，B をともに使った次の 11－7＝4（秒間）では，水位が 32－22＝10（cm）増えていますから，管 A，B を合わせて使ったときには 20×10÷4＝50（㎤/秒）の割合で水が入ります。よって管 B から入る水の量の割合は，50－20＝30（㎤/秒）です。

(3) ① P の状態では水そう内に 20×32＝640（㎤）の水があり，これが 75－11＝64（秒間）で空になったのですから，排水口を開いてから水が減った割合は，640÷64＝10（㎤/秒）です。管 A，B で 50 ㎤/秒ずつ水を入れているにもかかわらず 10 ㎤/秒ずつ水が減ったのですから，排水口から出る水の量の割合は，50＋10＝60（㎤/秒）です。

② 640 ㎤の水を 60 ㎤/秒ずつ排水することになりますから，空にするのにかかる時間は $640 \div 60 = 10\frac{2}{3}$（秒）です。よって水そうが空になるのは，最初に水を入れ始めてから $11 + 10\frac{2}{3} = 21\frac{2}{3}$（秒後）です。

4 場合の数

(1) 赤，青，黄の 3 色で，それぞれ点灯と消灯の 2 種類ずつの合図を送れますから，全部

で 2×2×2＝8（種類）の合図を送れます。

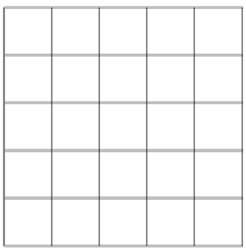
(2) ① 赤，青，黄，緑の 4 色で，それぞれ点灯，点滅，消灯の 3 種類ずつの合図を送れますから，全部で 3×3×3×3＝81（種類）の合図を送れます。

② 赤，青の 2 色では 3 種類ずつ，黄，緑の 2 色では 2 種類ずつの合図を送れますから，全部で 3×3×2×2＝36（種類）の合図が送れます。

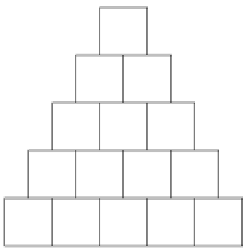
(3) 1 色では 3 種類，2 色では 3×3（種類），3 色では 3×3×3（種類）…と送れる合図の種類が増えていきますから，3 を何回かけ合わせると 2019 を越えるのかを調べます。3×3×3×3×3×3＝729，3×3×3×3×3×3×3＝2187 より，7 色です。

5 規則性

(1) 5 段積み重ねたときの立体を 6 方向から見ると，上・下の 2 方向からは下の（図 1）のように，前・後・左・右の 4 方向からは（図 2）のように見えます。



(図 1)



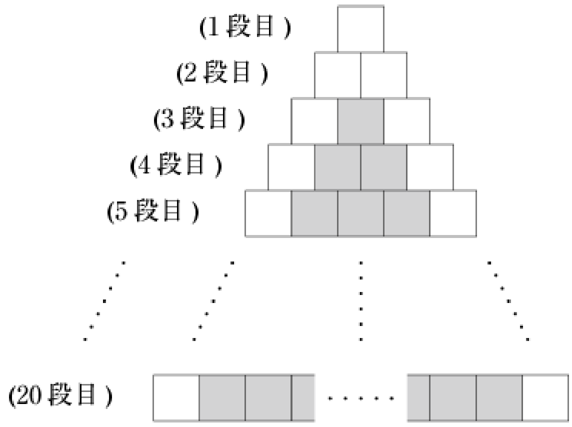
(図 2)

この立体を 6 方向から見たときに隠れてしまって見えない面はありませんから，6 方向から見える面積の合計が表面積となります。1 辺が 1cm の正方形が全部で 5×5×2＋(1＋2＋3＋4＋5)×4＝110（個）見えており，1 個あたりの面積は 1×1＝1（㎠）ですから，表面積は 1×10＝110（㎠）です。

(2) 立方体は，上から 1 段目には 1×1＝1（個），2 段目には 2×2＝4（個），3 段目には 3×3＝9（個）…のように「段数」の平方数だけ使われています。したがって求めるのは

1 から 10 までの平方数の合計ですから，1＋4＋9＋16＋25＋36＋49＋64＋81＋100＝
385（個）です。

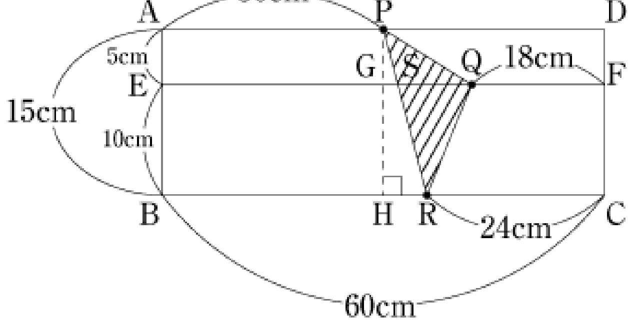
(3) どの方向からも見えない立方体は，下の図で影のついた位置にあります。



どの方向からも見えない立方体は上から数えて 3 段目以下にあり，3 段目に 1×1＝1（個），4 段目に 2×2＝4（個），5 段目には 3×3＝9（個）…のように，各段に「段数－2」の平方数だけあります。したがって求めるのは 1 から 20－2＝18 までの平方数の合計であり，(2)で 1 から 10 までの平方数の合計を求めていますから，これに 11 から 18 までの平方数を加えます。385＋121＋144＋169＋196＋225＋256＋289＋324＝2109 より，2109 個です。

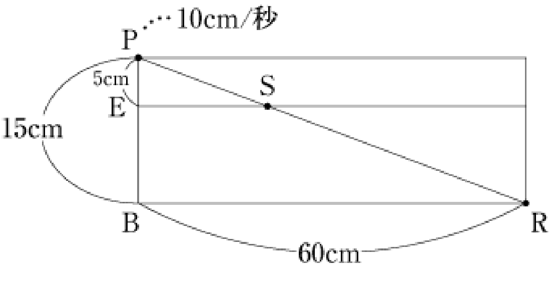
6 点の移動

(1) 3 点 P，Q，R が動きはじめてから 3 秒後までに，点 P は 10×3＝30（cm），点 Q は 6×3＝18（cm），点 R は 8×3＝24（cm）動いていますから，3 秒後の三角形 PQR は下の図のようになっています。

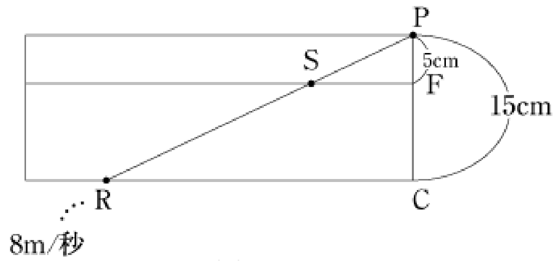


点 P から BC に向かって垂直な直線を引き，EF，BC との交点をそれぞれ G，H とし，点 P と点 R を結ぶ直線が EF と交わる点を S とすると，三角形 PHR と三角形 PGS は相似比 15：5＝3：1 の相似です。HR の長さは 60－(30＋24)＝6（cm）ですから，GS の長さは $6\times\frac{1}{3}=2$（cm）です。三角形 PQR の面積は「SQ の長さ×15÷2」で求められますから，SQ の長さ 60－(30＋2＋18)＝10（cm）より，10×15÷2＝75（㎠）です。

(2) 点 P と点 R を結ぶ直線が EF と交わる点である，点 S（シャドーと言います）の動きを考えます。点 S は，はじめは下の（図 1）のような位置に，点 P が D に着く 60÷10＝6（秒後）には下の（図 2）のような位置にあります。(図 2）の CR の長さは 8×6＝48（cm）です。

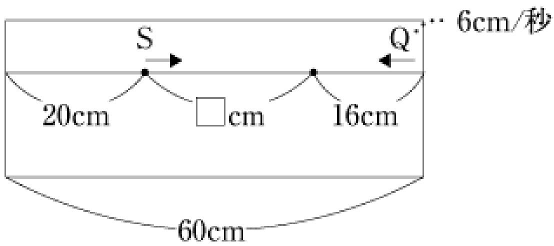


(図 1)



(図 2)

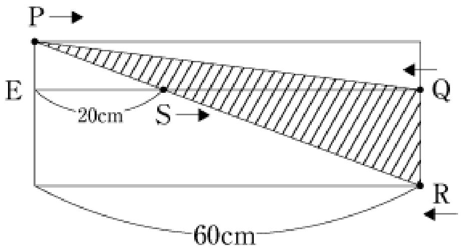
（図 1）では，三角形 PBR と三角形 PES の相似比 3：1 の相似から，ES の長さは $60\times\frac{1}{3}=20$（cm），(図 2）では，三角形 PRC と三角形 PSF の相似比 3 : 1 の相似から，SF の長さは $48\times\frac{1}{3}=16$（cm）です。つまり点 S は，3 点 P，Q，R が動きはじめてから 6 秒間で，下の（図 3）の□の長さである 60－(20＋16)＝24（cm）を動いたことになりますから，その速さは 24÷6＝4（cm/秒）です。



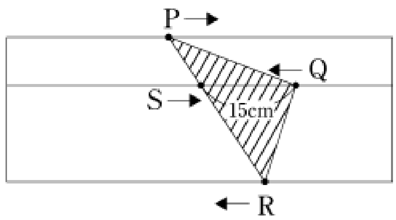
(図 3)

3 点 P，Q，R が一直線上に並ぶのは，点 S と点 Q が出会うときですから，3 点が動きはじめてから，(24＋16)÷(4＋6)＝4（秒後）です。

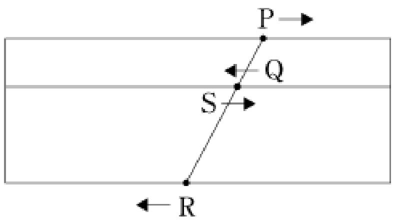
(3) 三角形 PQR の面積が 112.5 ㎠になるのは，SQ の長さが 112.5×2÷15＝15（cm）になるときです。SQ の長さは，はじめの時点では(2)より下の（図 1）のようであり，60－20＝40（cm）です。この後，点 S と点 Q が近づくにつれ長さを縮めていき，（図 2）のように 1 回目に 15cm になります。2 点はさらに近づき，(2)より，はじめから 4 秒後に（図 3）のように重なり，すれちがって今度は離れていきます。よって SQ の長さが 2 回目に 15cm となるのは，（図 4）のように点 S と点 Q がすれちがった後のことです。



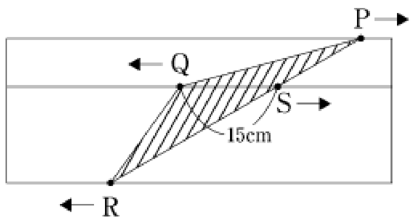
(図 1)



(図 2)



(図 3)

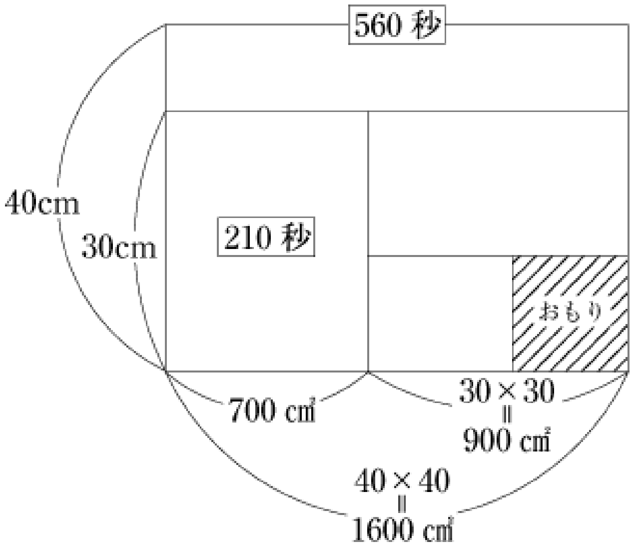


(図 4)

はじめに 40cm 離れていた点 S と点 Q が，出会い，すれちがってさらに 15cm 離れるのですから，点 S と点 Q が動いた長さの合計は 40＋15＝55（cm）です。よってはじめから 55÷(4＋6)＝5.5（秒後）です。

$\boxed{7}$ 水量グラフ（応用）

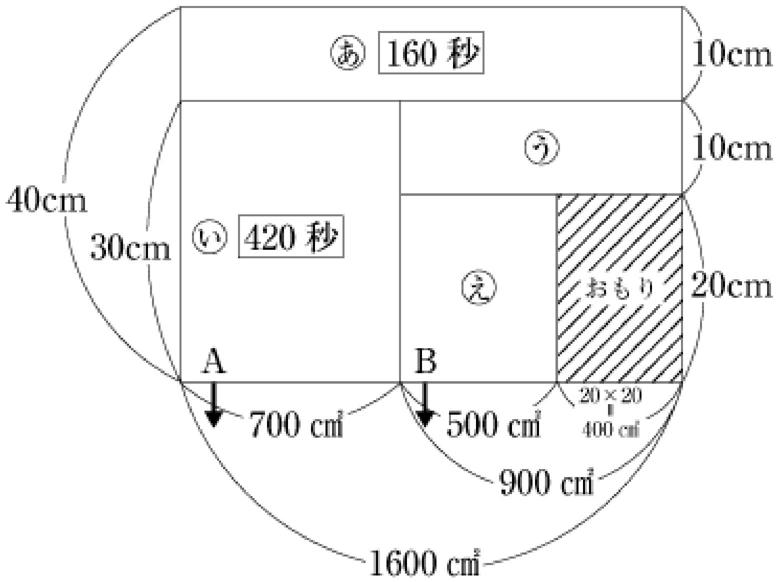
次のような図で考えます。グラフより仕切りの高さは 30cm，水そう全体の底面積は 40×40＝1600（㎠），仕切りの内側の底面積は 30×30＝900（㎠），仕切りの外側の底面積は 1600−900＝700（㎠）です。



(1) 図より，給水の割合は，700×30÷210＝100（㎤/秒）です。

(2) 水そう全体の容積は 1600×40＝64000（㎤）ですが，560 秒間でいっぱいまで入った水の体積は 100×560＝56000（㎤）ですから，64000－56000＝8000（㎤）がおもりの体積ということになります。おもりは立方体ですから，8000＝20×20×20 より，1 辺の長さは 20cm です。

(3) 排水のようすを次のような図に整理します。あの部分の高さは 40－30＝10（cm），おもりの高さは 20cm ですから，うの部分の高さは 30－20＝10（cm）です。おもりの底面積は 20×20＝400（㎠），えの部分の底面積は 900－400＝500（㎠）です。またグラフより，あの部分の排水にかかった時間は 160 秒，装置 A のみでいの部分を排水するのにかかった時間は，580－160＝420（秒）です。



あの部分は装置A，Bの両方で排水されていますから，装置A，Bを合わせた排水の割合は 1600×10÷160＝100（cm³/秒）です。このうち，装置Aの排水の割合は，いの部分より 700×30÷420＝50（cm³/秒）ですから，装置Bの排水の割合も 100－50＝50（cm³/秒）であることがわかります。これより，う，えの部分を装置Bのみで排水するのにかかった時間はそれぞれ，900×10÷50＝180（秒），500×20÷50＝200（秒）です。次に各部分での水位の下がる速さですが，いの部分での水位は 420 秒間で 30cm 下がりましたから，30÷420＝$\frac{1}{14}$（cm/秒），うの部分での水位は 180 秒で 10cm 下がりましたから，10÷180＝$\frac{1}{18}$（cm/秒），えの部分での水位は 200 秒で 20cm 下がりましたから，20÷200＝$\frac{1}{10}$（cm/秒）の割合で，それぞれ下がっています。したがって装置Bがうの部分を排水し終わるまでの 180 秒間は，装置Aによるいの部分の水位の方が多く下がり，180 秒間で水位に$(\frac{1}{14}-\frac{1}{18})$×180（cm）の差がつきますが，装置Bがえの部分の排水に入ると今度は$(\frac{1}{10}-\frac{1}{14})$cm/秒ずつ，いの部分よりもえ

の部分の水位の方が多く下がっていきますから，追いつく（水位が同じになる）のにかかる時間は$(\frac{1}{14}-\frac{1}{18})\times 180\div(\frac{1}{10}-\frac{1}{14})=100$（秒）です。よって排水し始めてから$160+180+100=$<u>440（秒後）</u>です。