8 月度 マンスリー実力テスト

予想問題

6 年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 5　　(2) $2\frac{2}{5}$　　(3) 1.5

2　(1) 7（時）$21\frac{9}{11}$（分）　　(2) 15（個）　　(3) 68

(4) 9.6（%）　　(5) 13　　(6) 2（割引き）

(7) 4

3　(1) 151（度）　　(2) 254.34（㎠）　　(3) 16（cm）

(4) 923.3（㎠）　　(5) 6631.68（㎤）

4　(1) 51（人）　　(2) 26（人）　　(3) 25（人以上）

5　(1) 15（cm）　　(2) 15.75（㎠）

6　(1) 210（㎠），30（cm）　　(2) 16.5

7　(1) 14（列目の）2（段目）　　(2) 875　　(3) 151

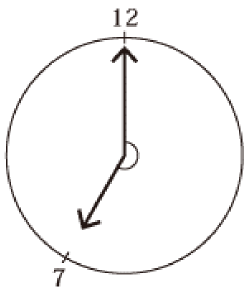
配　点

6 (1) 3 点×2，その他各 6 点

解　説

2　小問集合（文章題）

(1)　下の図のように 7 時ちょうどのとき，時計の長針は短針よりも 30×7＝210（度）後ろにいると考えることができます。



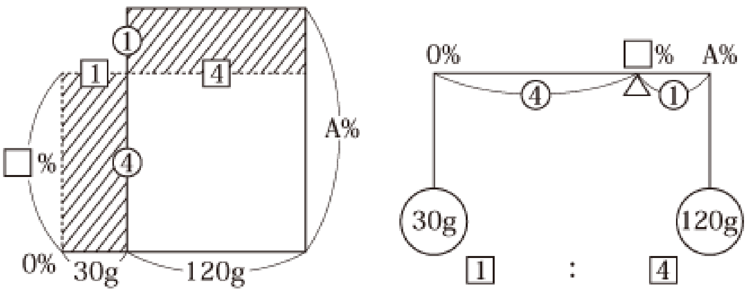
この角は1分間に6－0.5＝5.5（度）ずつ縮まっていきますから，210－90＝120（度）縮まるのにかかる時間は，120÷5.5＝$21\frac{9}{11}$（分）です。よって求める時刻は7時$21\frac{9}{11}$分です。

(2) 数の少ない$\boxed{2}$のカードを置く位置を決めてしまい，空いた位には自動的に$\boxed{1}$が入ると考えます。6つある位から2つ選んで2枚の$\boxed{2}$のカードを置きますから，置き方は，

$\frac{6\times5}{2\times1}$＝15（通り）あります。よって6けたの整数は15個できます。

(3) $\frac{B}{A}=\frac{5}{17}$ですから，A : B＝⑰ : ⑤です。⑰÷⑤＝3余り②より，AをBで割ったときの余り8は② にあたります。よって⑰であるAは，$8\times\frac{17}{2}$＝68です。

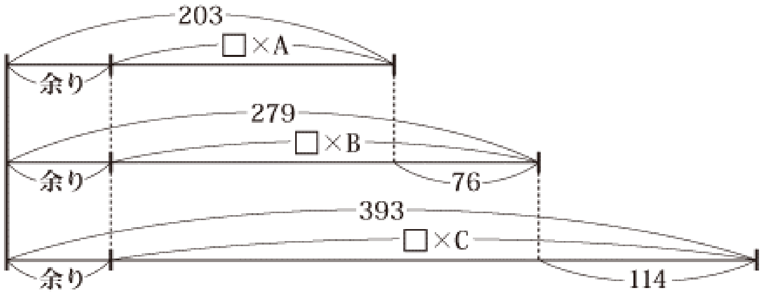
(4) 操作を何回繰り返しても，水30gと食塩水120gを混ぜることになることに注意します。もとの食塩水の濃度をA%として，1回の操作のようすを面積図，もしくは天秤図に表すと下の（図1），（図2）のようになります。



（図1）　（図2）

（図 1）では面積の等しい 2 つの斜線の長方形の横の長さの比が，（図 2）ではおもりの重さの比が 30：120＝$\boxed{1}$：$\boxed{4}$ですから，（図 1）では長方形のたての長さの比が，（図 2）では支点からおもりまでの長さの比が，逆比の④：①になります。よって 1 回の操作により，容器内の食塩水の濃度（図の□）はもとの濃度 A％の$\frac{4}{4+1}=\frac{4}{5}$（倍）になりますから，15％から 2 回操作してできる食塩水の濃さは，$15\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=$<u>9.6（％）</u>です。

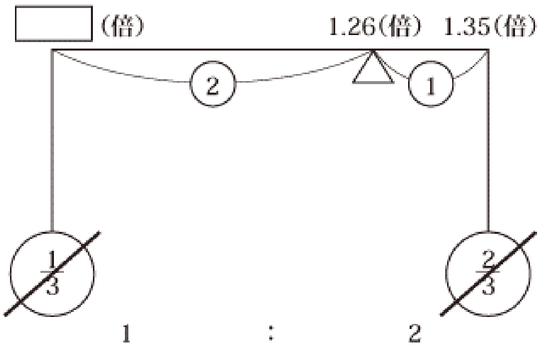
(5) 下のような線分図で考えます。



割る数を□とすると，3 つの数から同じ余りを引いた部分はすべて□で割り切れる数，すなわち□の倍数ですから，これを□×A，□×B，□×C（A，B，C はそれぞれ整数）とします。ここで 2 つの数の差である，279－203＝76 と 393－279＝114 を表す部分に注目すると，76 は□×B－□×A＝□×(B－A)にあたり，整数どうしの差である B－A の値も整数になりますから，76 自体が□の倍数ということになります。同様に 114＝□×C－□×B＝□×(C－B)となりますから，114 も□の倍数です。よって□は 76 と 114 の公約数ですから，最大公約数である 38 の約数です。38 の約数で 2 けたのものには 19 と 38 がありますが，いずれを□として 3 つの数を割っても，余りは<u>13</u>です。

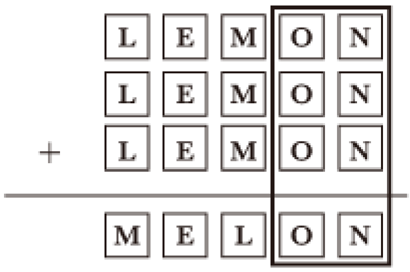
(6) 仕入れ値の 1＋0.35＝1.35（倍）で売ったものと，割引きして仕入れ値の何倍かで売ったものとを組み合わせて平均したところ，売上が仕入れ値の 1＋0.26＝1.26（倍）となったということですから，下のような天秤図が使えます。割引きして売れたものの

個数は，全体の $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ です。



おもりの重さの比が$\frac{1}{3}:\frac{2}{3}=1:2$ ですから，支点からおもりまでの長さの比は逆比の②：①です。1.35－1.26＝0.09 が①にあたりますから，図の□は 1.26－0.09×2＝1.08（倍）です。仕入れ値を 1.35 倍した定価のものを，仕入れ値を 1.08 倍した値段で売ったのですから，売り値の定価に対する割合は 1.08÷1.35＝0.8 です。よって 1－0.8＝0.2 より，定価を<u>2 割引き</u>したと求められます。

(7) 下の（図 1）でまず，足し算をしても答えの一の位の数値に変わりがなかった下 2 けたを考えます。



（図 1）

同じ数を 3 つ足し合わせたときに一の位の数値に変化がないのは 0 か 5 ですが，一の位の $\boxed{N}$ に 5 を使ってしまうと，5＋5＋5＝15 となり十の位に 1 が繰り上がるため，十の位で「$\boxed{O}+\boxed{O}+\boxed{O}+1=\boxed{O}$」となる $\boxed{O}$ が存在しません。よって $\boxed{N}$＝0，$\boxed{O}$＝5 と

決まり、百の位に 1 が繰り上がることが確定します。

次に下の（図 2）で，一万の位が「$\boxed{L}$+$\boxed{L}$+$\boxed{L}$（＋千の位からの繰り上がりの数）＝$\boxed{M}$」となっていることに注目します。

$$\begin{array}{cccccc}
 & \text{一万} & \text{千} & \text{百} & \text{十} & \text{一} \\
 & \boxed{L} & \boxed{E} & \boxed{M} & 5 & 0 \\
 & \boxed{L} & \boxed{E} & \boxed{M} & 5 & 0 \\
+ & \boxed{L} & \boxed{E} & \boxed{M} & 5 & 0 \\
 & & & 1 & & \\
\hline
 & \boxed{M} & \boxed{E} & \boxed{L} & 5 & 0
\end{array}$$

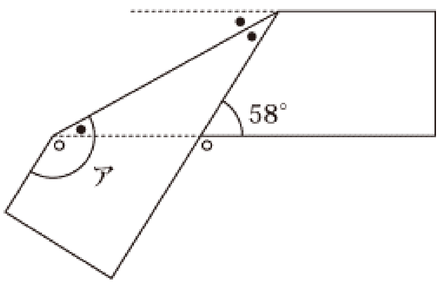
（図 2）

1 以上の数である$\boxed{L}$を 3 回足し合わせ，さらに繰り上がりの数が加わった可能性があるうえで和が 1 けたの$\boxed{M}$であることから，$\boxed{L}$は 1，2，3 のいずれかで、$\boxed{M}$は 3 以上の数と決まります。したがって百の位では 3 以上の$\boxed{M}$を 3 回足し合わせて 1 を加えていますから，必ず 1 か 2 が千の位に繰り上がります（足し算の筆算での繰り上がりの最大値は 2 です)。これより千の位では$\boxed{E}$を 3 回足し合わせ，1 か 2 を加えた結果，1 の位の数値が$\boxed{E}$であることになりますが，これを満たす$\boxed{E}$は,「4＋4＋4＋2＝14」の 4 か,「9＋9＋9＋2＝29」の 9 のみです。いずれにしても百の位で$\boxed{M}$を 3 回足し合わせて 1 を加えたときの千の位への繰り上がりは 2 と決まりましたので，6＋6＋6＋1＝19，7＋7＋7＋1＝22 より，$\boxed{M}$は 7 以上の数です。ここで百の位の$\boxed{M}$に 7，8，9 をあてはめてそれぞれの場合で$\boxed{L}$を求めると，$\boxed{L}$が 3 以下に収まるのは「7＋7＋7＋1＝22」で 2 となる以外にはありません。これより$\boxed{M}$＝7，$\boxed{L}$＝2 と決まります。千の位

から一万の位に繰り上がっていた数は 7－(2＋2＋2)＝1 ですから，千の位の計算は「4＋4＋4＋2＝14」であったことがわかります。よって $\boxed{\text{E}}$ ＝<u>4</u> です。

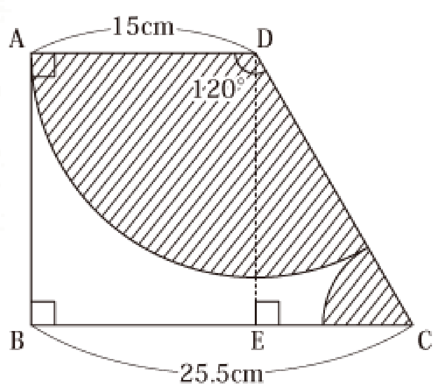
$\boxed{3}$ 小問集合（図形）

(1) 下の図で，折り返しと平行線の錯角の性質より，●印を付けた 3 つの角の大きさは同じです。また○を付けた 2 つの角の大きさも，平行線の同位角ですから同じです。



58 度は●印の角 2 つ分の大きさにあたりますから，●印の角の大きさは 58÷2＝29（度）です。○印の角の大きさは 180－58＝122（度）ですから，アの角の大きさは 29＋122＝<u>151（度）</u>です。

(2) 下の図のように頂点 D から BC に垂直な補助線 DE を引いて考えます。

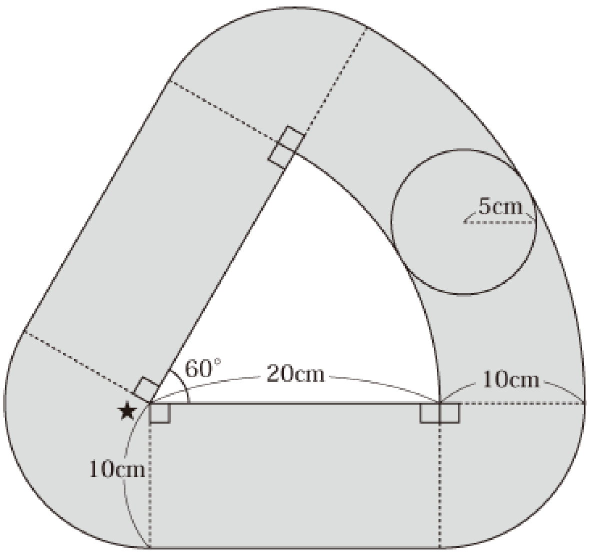


角 C の大きさは 360－(90×2＋120)＝60（度）ですから，三角形 DEC は正三角形の半分にあたる直角三角形であり，60 度の角をはさむ 2 辺の長さの比が 1：2 です。CE の長さは 25.5－15＝10.5（cm）ですから，CD の長さは 10.5×2＝21（cm）であり，

頂点 C を中心にしたおうぎ形の半径は 21－15＝6（cm）であることがわかります。よって求める面積は，$15\times15\times3.14\times\frac{120}{360}+6\times6\times3.14\times\frac{60}{360}=$<u>254.34（㎠）</u>です。

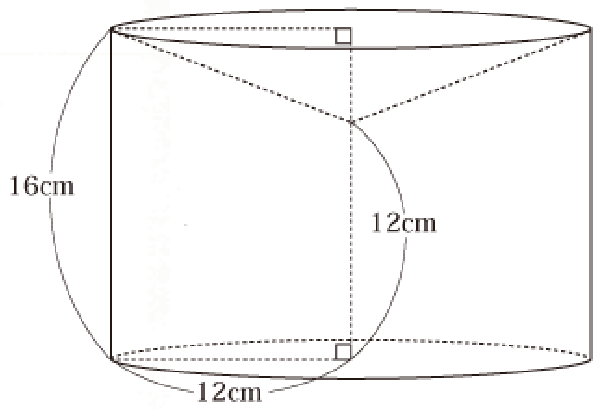
(3) 三角形 ABC と三角形 AFG は相似比 4 : 3 の相似ですから，FG の長さは $48\times\frac{3}{4}=36$（cm）です。また三角形 IJC と三角形 IKG も相似であり，相似比は 3 : 2 ですから，KG の長さは $30\times\frac{2}{3}=20$（cm）です。よって FK の長さは 36－20＝<u>16（cm）</u>です。

(4) 円が動いたあとは，下の図で影をつけた形になります。



★印の中心角は 360－(90×2＋60)＝120（度）ですから、影をつけた形の面積は，$10\times10\times3.14\times\frac{120+90\times2}{360}+(20+10)\times(20+10)\times3.14\times\frac{60}{360}-20\times20\times3.14\times\frac{60}{360}+10\times20\times2=\frac{500+900-400}{6}\times3.14+400=\frac{3140}{6}+400=923.33\cdots$となり，小数第 2 位を四捨五入しますから，<u>923.3 ㎠</u>です。

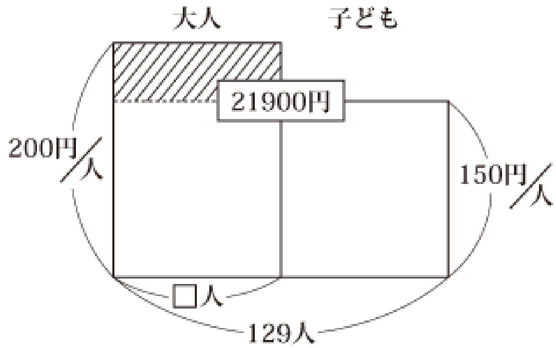
(5) 台形 ABCD が通過してできる立体は，下の図のような、円柱から円すいをくりぬいた形になります。



求める体積は，$12\times12\times3.14\times16-12\times12\times3.14\times(16-12)\times\frac{1}{3}=(16-\frac{4}{3})\times12\times12\times3.14=$<u>6631.68（㎤）</u>です。

4 和と差に関する問題

(1) 下の面積図で表されるつるかめ算です。



図の斜線部分の面積は，21900－150×129＝2550（円）ですから，大人の人数（図の□）は 2550÷(200－150)＝<u>51（人）</u>です。

(2) 女性について，割引きによる大人と子どもの値引き額は，大人が 200×0.2＝40（円/人），子どもが 150×0.2＝30（円/人）です。ここから女性についてを下のような比の表に整理します。「1 人あたりの値引き額×人数＝値引きの合計額」の関係より，比どうしにもかけ算が成り立ちます。

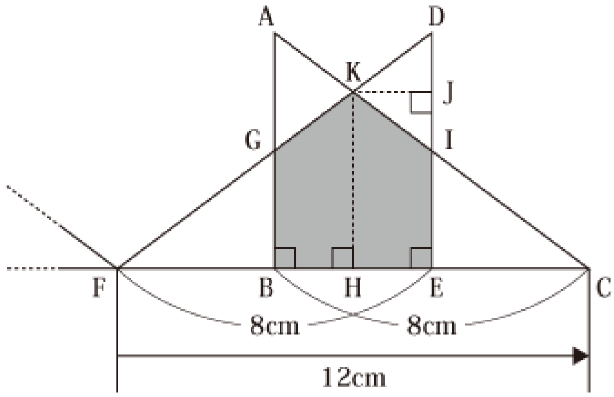
	大人		子ども
1 人あたりの値引き額	~~40~~	：	~~30~~
	4		3
人数	5	：	8
値引きの合計額	~~20~~	：	~~24~~
	⑤		⑥

値引きされた金額の合計は 21900－19700＝2200（円）であり，これが⑤＋⑥＝⑪にあたりますから，大人の女性の値引き額である⑤は $2200\times\frac{5}{11}=1000$（円）であり，大人の女性の人数は 1000÷40＝25（人）です。よって大人の男性の人数は，51－25＝26（人）です。

(3) 子どもが 30 人いる場合の入園料が 150×30×(1－0.2)＝3600（円）になるということですから，割引きなしで入園する場合，3600÷150＝24（人）のときが同額です。よって 24＋1＝25（人以上）の場合，30 人いるものとして団体で入園した方が安くなります。

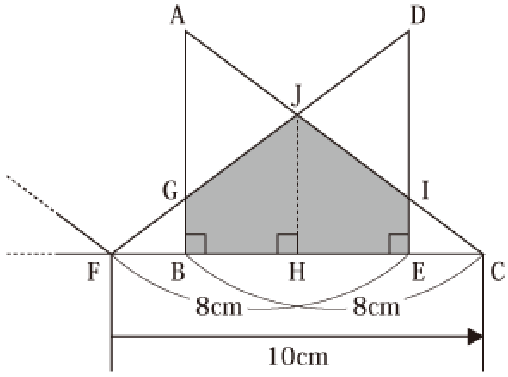
5 図形の移動

(1) 動きはじめて 12 秒後の 2 つの図形の重なり部分は，次の図のような五角形になっています。



五角形 KGBEI は KH を軸に左右対称ですから，周の長さは片側だけを調べ，2 倍して求めます。三角形 IEC，三角形 IJK はともに三角形 ABC，DEF と相似であり，3 辺の長さの比が 6 : 8 : 10＝3 : 4 : 5 であることを利用します。EC の長さは 12－8＝4（cm）ですから，EI の長さは $4\times\dfrac{3}{4}$ ＝3（cm）です。また，KJ の長さは(8－4)÷2＝2（cm）ですから，KI の長さは $2\times\dfrac{5}{4}$ ＝2.5（cm）です。よって重なりの五角形 KGBEI の周の長さは，(2＋3＋2.5)×2＝<u>15（cm）</u>です。

(2) 動きはじめて 10 秒後の 2 つの図形の重なり部分は，下の図のような五角形になっています。

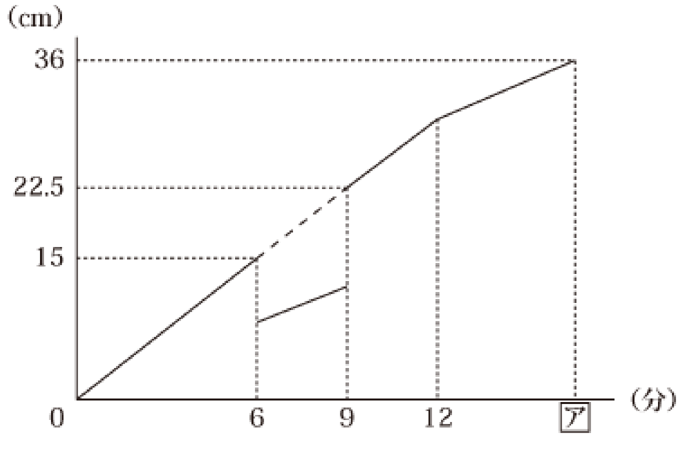


五角形 JGBEI は JH を軸に左右対称ですから，面積は片側の台形 JHEI の面積を 2 倍

して求めます。三角形 IEC，三角形 JHC はともに三角形 ABC，DEF と相似であり，3 辺の長さの比は 3 : 4 : 5 であることを利用します。EC の長さは 10－8＝2（cm）ですから，EI の長さは $2\times\frac{3}{4}$ ＝1.5（cm）です。また，HC の長さは 10÷2＝5（cm）ですから，HJ の長さは $5\times\frac{3}{4}$ ＝3.75（cm）です。EH の長さは 5－2＝3（cm）ですから，台形 JHEI の面積は，(1.5＋3.75)×3÷2＝7.875（㎠）です。よって重なりの五角形 JGBEI の面積は，7.875×2＝15.75（㎠）です。

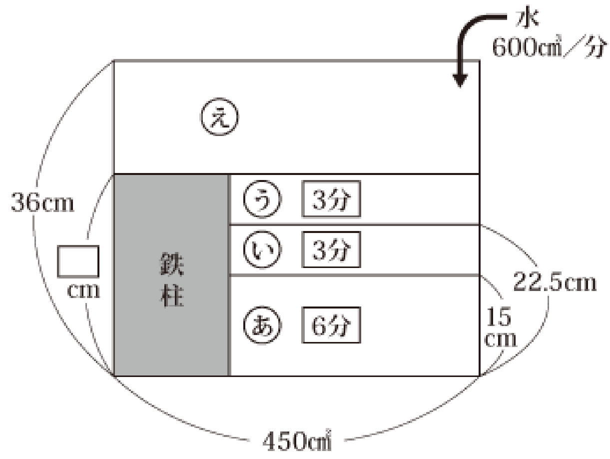
$\boxed{6}$ グラフ

(1) グラフより，鉄柱を取り出した状態での 9 分後の水の深さが 12cm であることから，容器の底面積は 600×9÷12＝450（㎠）です。また，もしも水を入れ始めて 6 分後から 9 分後までの 9－6＝3（分間）も鉄柱を容器に入れたままにしていたとしたら，グラフは下の（図 1）の 6～9 分の点線部のように，前後と直線でつながっていました。



（図 1）

グラフをもとに，鉄柱を入れたままにしていた場合の水位が上がっていくようすを，次の（図 2）のように表します。水が入った順にあ，い，う，えの部分とすると，水が入るのにかかった時間はあの部分が 6 分，いの部分が 3 分，うの部分は 12－9＝3（分）です。



（図 2）

Ⓐの部分の底面積は 600×6÷15＝240（㎠）ですから，鉄柱の底面積は 450－240＝

<u>210（㎠）</u>です。また，いとうの部分の体積は等しく，底面積も等しいことから，高

さも同じ 22.5－15＝7.5（cm）です。よって鉄柱の高さは，22.5＋7.5＝<u>30（cm）</u>です。

⑵ 上の（図 2）のえの部分に水が入るのにかかった時間は 450×(36－30)÷600＝4.5

（分）ですから，グラフの ア は水を入れ始めてから 12＋4.5＝<u>16.5</u>（分後）です。

7 規則性

げた箱で使える数字は｛0，1，2，3，5，6，7，8｝の 8 個ですから 8 進数と考えることができますが，この数字の使い方のままでは考えにくいため，数字の使い方だけはふつうの｛0，1，2，3，4，5，6，7｝に改めて考えます。げた箱上の数字は○で囲んで区別することとし，対応関係を次のようにまとめておきます。

げた箱上の数字	⓪、	①、	②、	③、	⑤、	⑥、	⑦、	⑧
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
ふつうの数字	0、	1、	2、	3、	4、	5、	6、	7

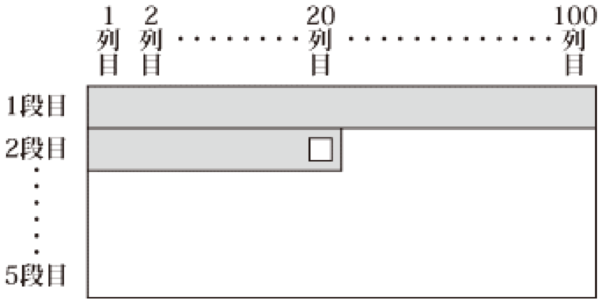
⑴げた箱上の「①⓪③」は，上の対応表よりふつうの数字に改めても「103」ですから，8 進法の 103 を 10 進法に改めます。8 進法の位取りは下から 1 の位，8 の位，8×8＝64 の位，と進みますから，8 進法の 103 は 10 進法では 64×1＋8×0＋1×3＝67 となり，前から数えて 67 番目の靴入れであることがわかります。げた箱は各列 5 段ずつありますから，67÷5＝13（列）余り 2（段）より，13＋1＝14（列目）の 2 段目です。

⑵ げた箱の最後の靴入れは 500 番目ですから，10 進法の 500 を 8 進法に直します。8 より小さい数字になるまで 8 で割り，余りを求めていくと，

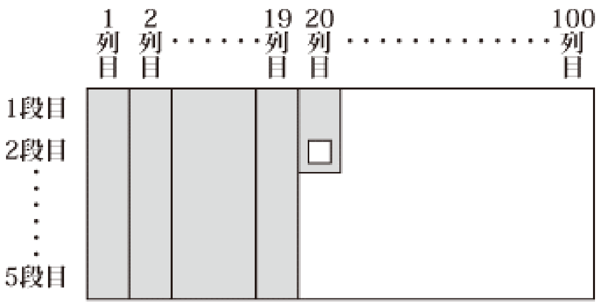
8) 500
8) 62 ・・・ 4
7 ・・・ 6

となり，10 進法の 500 が 8 進法では 764 となることが求められます。ここで上の対応表より「764」をげた箱上の数字に置き換えると「⑧⑦⑤」となりますから，最後の靴入れに書かれている 3 けたの数は，875 です。

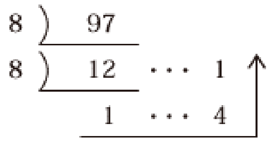
⑶ 500÷5＝100（列）余り 0（個）より，靴入れはどの段も 100 列ずつ並んでいます。120 番目に来た人は，120÷100＝1（段）余り 20（列）より，1＋1＝2（段目）の左から 20 列目を使うことになります。



これをたて並びに数え直すと，各列 5 段ずつが 20－1＝19（列分）並び，さらに上から 2 段分があるのですから，前から 5×19＋2＝97（番目）の靴入れです。



次に 10 進法の 97 を 8 進法に直します。97 を 8 より小さい数字になるまで 8 で割り，余りを求めていくと，



となり，10 進法の 97 が 8 進法では 141 となることが求められます。上の対応表より「141」をげた箱上の数字に置き換えると「①⑤①」となりますから，最後の靴入れに書かれている 3 けたの数は，<u>151</u> です。