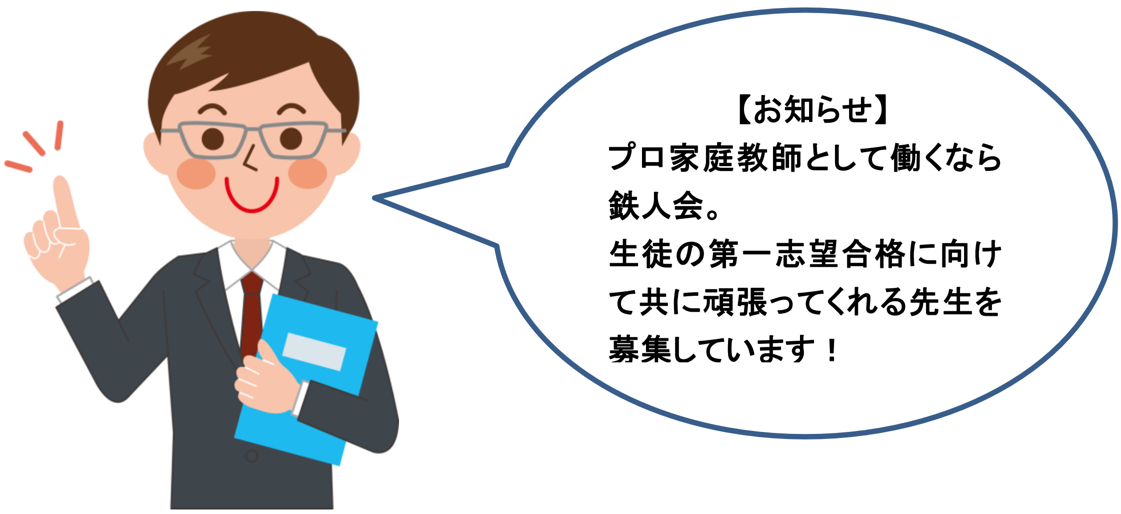
１月度　入室・組分けテスト

予想問題

５年

算　数

［解答と解説］



中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 87　(2) $7\frac{47}{55}$　(3) 0.4　(4) 0.2（㎡）

2　(1) 210　(2) 7（個）　(3) 14（個）　(4) 400（円）

(5) 198（円）　(6) $1\frac{2}{3}$（倍）　(7) 210（m）　(8) 21（通り）

3　(1) 84（度）　(2) 84（㎠）　(3) 151.2（㎠）　(4) $10\frac{2}{3}$（cm）

(5) 61.23（㎠）　(6) 6480（㎤）　(7) ①　$11\frac{1}{9}$（cm）　②　4（本）

4　(1) 14（回）　(2) 8（回）

5　(1)（時速）75（km）　(2) 8（時）22（分）30（秒から）8（時）32（分）30（秒の間）

(3)（時速）54.5（km 以上），（時速）81.8（km 以下）

6　(1) 3.5（㎠）　(2) 5.25（㎠）　(3) 1 : 4

7　(1) 120 通り　(2) 840（通り）

配　点

各 5 点　5　(2)・(3) すべてできて得点

解　説

1　計算問題

(4)「㎠→㎡」の換算では数値は「÷100÷100」され，「a→㎡」の換算では数値は「×100」されますから，$3.2-\frac{500\times16}{100\times100}-\frac{0.55\times100}{25}=$0.2（㎡）です。

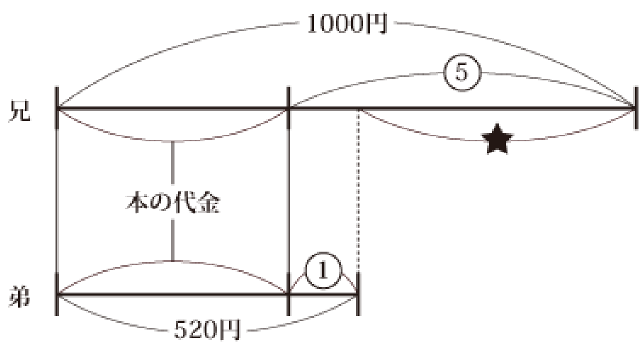
2　小問集合（文章題）

(1) 整数 N は 14 と 15 と 35 の最小公倍数ですから，210 です。

(2) 「13 で割ると 2 あまる整数」は,「13 の倍数＋2」と言い換えることができますから、13×□＋2 の形であらわせます。最初の数は 13×1＋2＝15，最後の数は 99÷13＝7 余り 8 より 13×7＋2＝93 ですから，□にあてはまる数は 1 から 7 までです。よって全部で 7 個あります。

(3) 「X÷143」の商が 3.15 以上 3.25 未満ということですから，X の値は 3.15×143＝450.45（以上），3.25×143＝464.75（未満）です。この範囲にある整数は 451～464 ですから，X として考えられる整数は全部で，464－451＋1＝14（個）あります。

(4) 下のような線分図で考えます。線分図では同じ数量を左にそろえますから，2 人がともに買った本の代金を左に配置します。



図の★部より 100－520＝480 円が⑤－①＝④にあたりますから，①は 480÷4＝120（円）です。よって求める本の代金は，520－120＝400（円）です。

(5) レタス 1 個の値段を$\boxed{1}$円，キャベツ 1 個の値段を①円とすると，下のアとイの 2 つの式に表せます。

$\boxed{4}$＋⑥＝1740　…ア

$\boxed{1}$＝①＋40　　…イ

イの式を 4 倍すると，$\boxed{4}$＝④＋160 となりますから，アの式の$\boxed{4}$を「④＋160」と置きかえ，次のように整理していきます。

④＋160＋⑥＝1740

④＋⑥＝1740－160

⑩＝1580

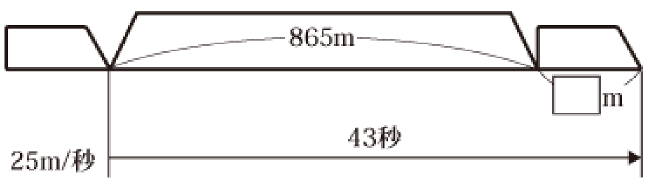
よって①は 1580÷10＝158（円）ですから，レタス 1 個の値段である $\boxed{1}$ は，イの式より 158＋40＝198（円）です。

(6) 下のような比の表にまとめます。「距離÷時間＝速さ」の関係より，距離が等しい場合，時間の比と速さの比は逆比になります。7 分 12 秒は $7\frac{12}{60}$（分）＝7.2（分）です。

	歩き		走り
距離	1	:	1
時間	~~12~~ 5	:	~~7.2~~ 3
速さ	3	:	5

よって走る速さは歩く速さの 5÷3＝$1\frac{2}{3}$（倍）です。

(7) 時速 90km は $\frac{90\times1000}{60\times60}$ ＝25 より，秒速 25m です。下のような図で考えます。



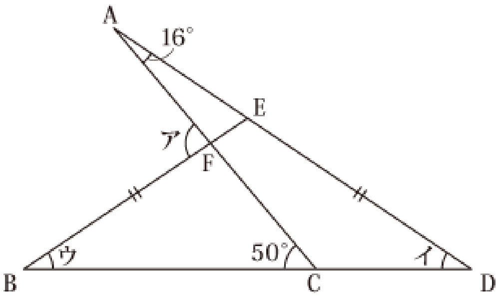
列車の長さは，25×43－865＝210（m）です。

(8) 3 人とも 1 個は必ずもらう条件ですから，あらかじめ 3 人に 1 個ずつを分けてしまい，残り 8－3＝5（個）を制約なく分けるものとします。和が 5 になる 3 つの数の組み合わせは，ア（5，0，0），イ（4，1，0），ウ（3，2，0），エ（3，1，1），オ（2，2，1）の 5 組があり，このうちア，エ，オは 1 つだけ異なる個数が 3 人のうちだれのものになる

かを考えますから 3 通りずつ，3 数がすべて異なるイ，ウは 3×2×1＝6（通り）ずつあります。よって全部で 3×3＋6×2＝21（通り）あります。

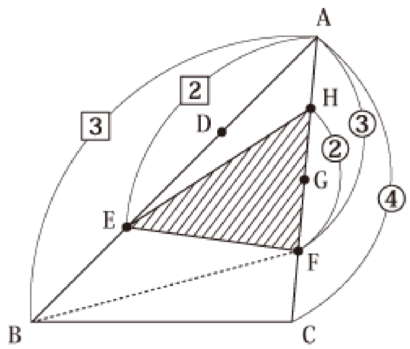
3 小問集合（図形）

(1) 下の図で，三角形 ACD の外角が 50 度であることから，外角の定理より角イの大きさは 50－16＝34（度）です。



三角形 EBD は二等辺三角形ですから角ウも 34 度です。よって三角形 FBC の外角である角アの大きさは，外角の定理より 50＋34＝84（度）です。

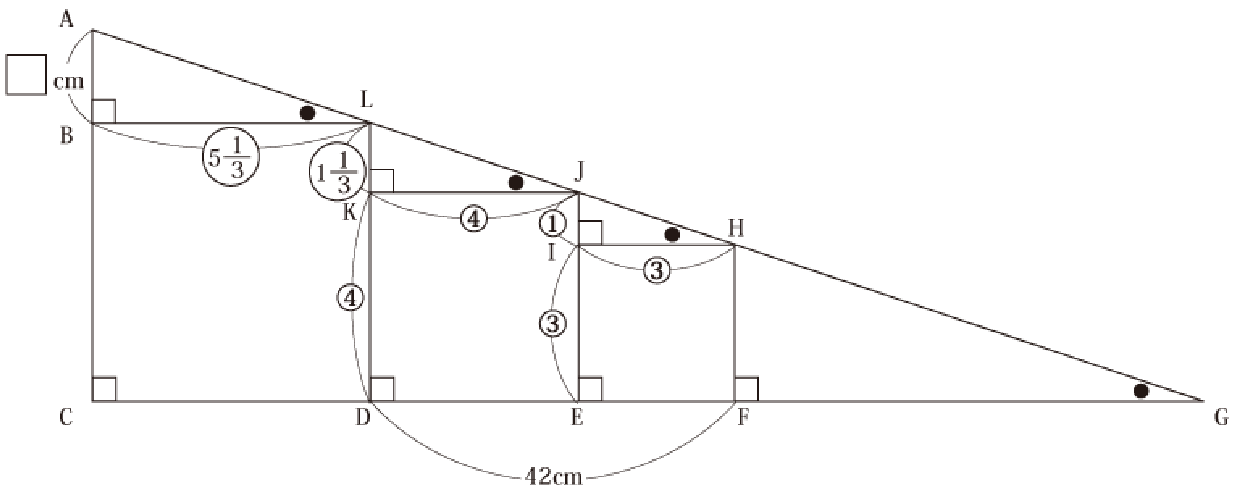
(2) 下の図のように，補助線 BF を引いて考えます。



AC : AF＝④：③より三角形 ABF の面積は三角形 ABC の面積の$\frac{3}{4}$，AB : AE＝3：2より三角形 AEF の面積は三角形 ABF の面積の$\frac{2}{3}$，AF : HF＝③：②より斜線部分の面積は三角形 AEF の面積の$\frac{2}{3}$ です。よって 28 ㎠は三角形 ABC の面積の$\frac{3}{4}$ ×$\frac{2}{3}$ ×$\frac{2}{3}$ ＝$\frac{1}{3}$ にあたりますから，三角形 ABC の面積は 28÷$\frac{1}{3}$ ＝84（㎠）です。

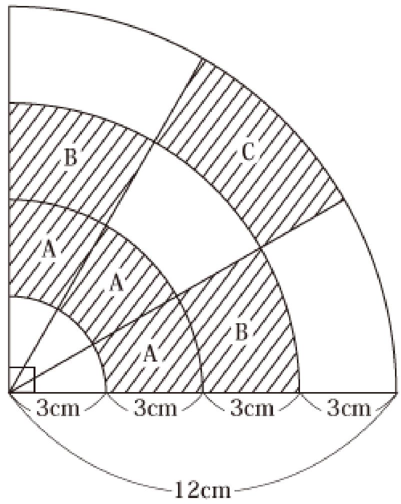
(3) 三角形 ABC と三角形 ADE は相似比（15＋6）：15＝7：5 の相似ですから，BC の長さは $21\times\frac{7}{5}$ ＝29.4（cm）です。よって台形 DBEC の面積は，(21＋29.4)×6÷2＝151.2（㎠）です。

(4) 下の図の直角三角形 ABL，LKJ，JIH，HFG において，●印の角はすべて平行線の同位角で大きさが等しく，4 つの直角三角形は 2 角が等しいために相似です。HF：FG＝1：3 より，高さと底辺の長さの関係はいずれも 1：3 になっています。



JI＝①，IH＝③とすると，IE＝IH＝③ですから，JE＝KJ＝①＋③＝④となり，42cm は④＋③＝⑦にあたることがわかります。LK＝④×$\frac{1}{3}$ ＝$1\frac{1}{3}$ ですから，LD＝BL＝$1\frac{1}{3}$ ＋④＝$5\frac{1}{3}$ です。求める AB の長さは $5\frac{1}{3}$ ×$\frac{1}{3}$ ＝$\frac{16}{9}$ にあたりますから，$42\div7\times\frac{16}{9}$ ＝$10\frac{2}{3}$（cm）です。

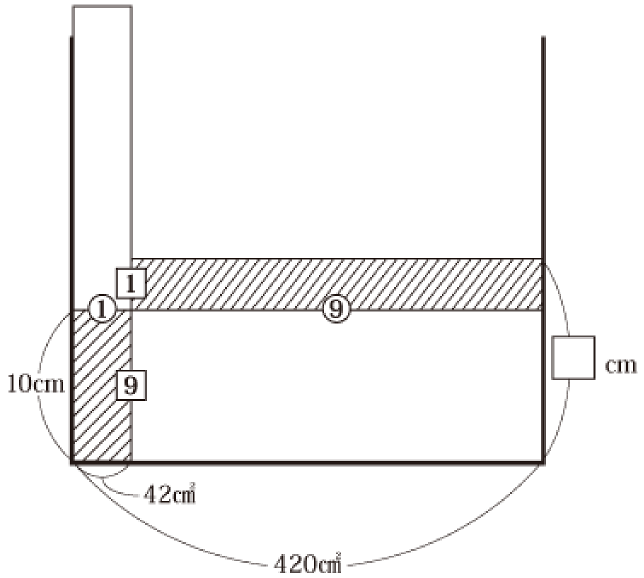
(5) 次の図で，中心角が $90\times\frac{1}{3}$ ＝30（度）のおうぎ形はすべて相似であり，相似比は小さい順に 1：2：3：4 ですから，面積比は（1×1）：(2×2)：(3×3)：(4×4）＝①：④：⑨：⑯です。



A1つ分の大きさは④－①＝③，B1つ分の大きさは⑨－④＝⑤，C1つ分の大きさは⑯－⑨＝⑦にあたります。斜線部分の面積の合計は③×3＋⑤×2＋⑦＝㉖にあたりますから，①のおうぎ形の面積を26倍すれば求められます。よって3×3×3.14×$\frac{30}{360}$×26＝61.23（㎠）です。

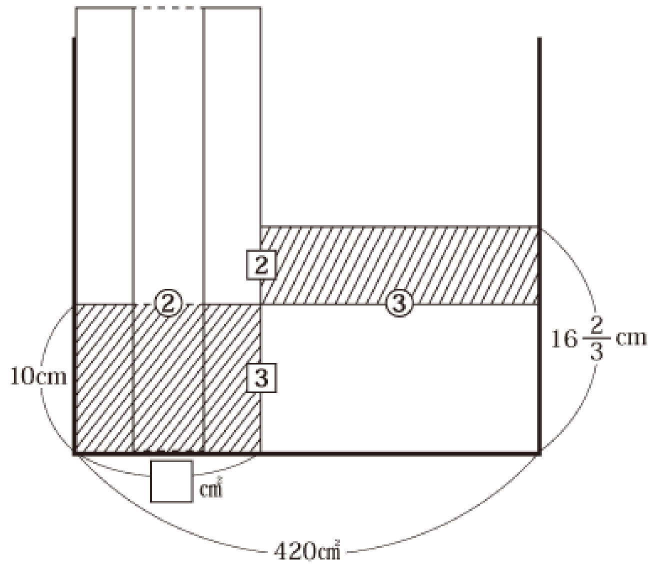
(6) 底面積は36×15÷2＝270（㎠）ですから，この2つ分を表面積から除いた2700－270×2＝2160（㎠）が側面積です。柱体の側面積は「底面の周りの長さ×柱体の高さ」により求められますから，三角柱の高さは2160÷(15＋36＋39)＝24（cm）です。よって求める体積は，270×24＝6480（㎤）です。

(7) ① 次のような図で考えます。水そうの底面積は14×30＝420（㎠），棒の底面積は7×6＝42（㎠）です。



水位が上がったのは，水そうに棒が入ってきたことにより，斜線部の水が移動したからと考えることができます。よって斜線部どうしの体積は等しく，底面積の比は 42 :（420－42）＝①：⑨ですから，高さの比は逆比の $\boxed{9}$：$\boxed{1}$ になります。10cm は $\boxed{9}$ にあたり，求める深さ（図の□）は $\boxed{9}$＋$\boxed{1}$＝$\boxed{10}$ にあたりますから，$10\times\frac{10}{9}=11\frac{1}{9}$（cm）です。

② 下のような図で考えます。

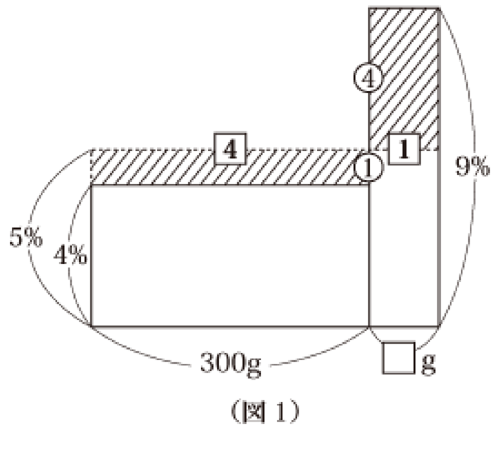


①のときと同様に斜線部どうしの体積は等しく，高さの比は 10 : ($16\frac{2}{3}$ −10) ＝$\boxed{3}$: $\boxed{2}$ ですから，底面積の比は逆比の②：③になります。水そうの底面積である 420 ㎠は②＋③＝⑤にあたりますから，棒の底面積の合計（図の□）の②は $420\times\frac{2}{5}$ ＝ 168（㎠）です。よって水そうに入れた棒の本数は，168÷42＝<u>4（本）</u>です。

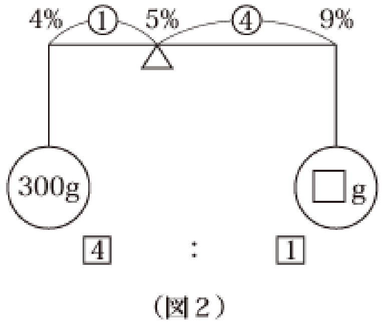
$\boxed{4}$ 食塩水

(1) A の食塩水も B の食塩水もはじめの重さが 300g であり，1 回の操作ごとに 10g ずつ増えることにも変わりがありませんから，A の食塩水と B の食塩水の重さは互いに等しいまま増えていきます。したがって，溶けている食塩の量が多い方が，そのまま濃度が高いことになります。A の食塩水にははじめ，300×0.08＝24（g）の食塩が溶けており，その後の「操作」では水しか加わりませんから，食塩の重さはずっと 24g のままです。一方，B の食塩水にははじめ，300×0.04＝12（g）の食塩が溶けており，その後の「操作」1 回ごとに 10×0.09＝0.9（g）の食塩が加わっていきますから，(24−12)÷0.9＝13（回）余り 0.3（g）より，13＋1＝14（回）目で A の食塩の量を追い越します。よって <u>14 回</u>です。

(2) B の 4%の食塩水に，9%の食塩水を合計何 g 加えれば濃度が 5%を越えるのかを考えます。下の（図 1）のような面積図か、（図 2）のような天秤図をかきます。



（図 1）



（図 2）

（図 1）では面積の等しい長方形のたての長さの比が，（図 2）では支点からの左右の長さの比が（5−4）:（9−5）＝①：④ですから，（図 1）では長方形の横の長さの比が，

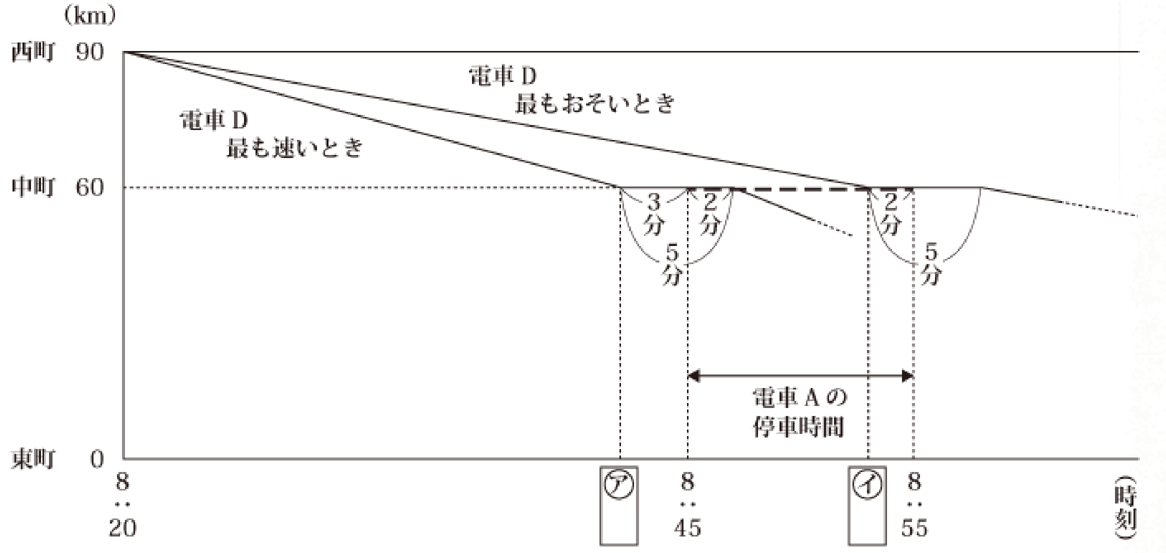
（図 2）ではおもりの重さの比が逆比の$\boxed{4}$：$\boxed{1}$になります。300g が$\boxed{4}$にあたりますから，$\boxed{1}$は 300÷4＝75（g）です。これより，「1 回の操作」につき 10g ずつ加えていく 9%の食塩水を，75g より多く加えたときに，B の食塩水が 5%を越えることがわかります。よって 75÷10＝7（回）余り 5（g）より，7＋1＝8（回）めです。

$\boxed{5}$ 速さ

(1) 電車 B は西町から東町までを 9（時）20（分）－8（時）8（分）＝1（時間）12（分）＝$1\frac{1}{5}$（時間）で走りますから，電車 B の速さは 90÷$1\frac{1}{5}$＝75（km/時）です。

(2) 西町から中町までは 90－60＝30（km）あり，電車 C はこの距離を 30÷80＝$\frac{3}{8}$（時間），すなわち$\frac{3}{8}$×60＝22.5（分）かけて進みますから，電車 A が停車し始める 8 時 45 分に中町に到着するためには，電車 C は西町を 8（時）45（分）－22.5（分）＝8（時）22.5（分）に出発する必要があります。電車 A の停車時間に合わせ，電車 C の出発時刻にも 10 分間の幅を持たせますから，出発時刻は 8 時 22.5 分から 8（時）22.5（分）＋10（分）＝8（時）32.5（分）の間，すなわち 8 時 22 分 30 秒から 8 時 32 分 30 秒の間です。

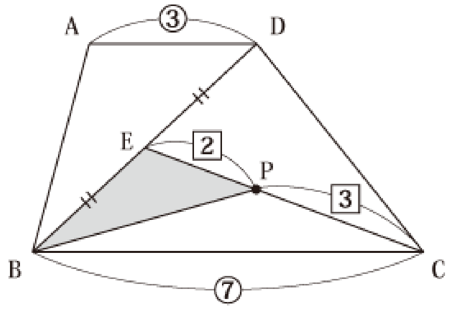
(3) 下のようなダイヤグラムをかきます。



電車Dが中町で電車Aとともに2分間以上停車するためには，上のグラフのアの時刻からイの時刻の間に中町に到着しなければなりません。イの時刻は8(時) 55(分) −2(分) =8(時) 53(分) ですから，電車Dが西町から中町までの90−60=30(km) を移動するのにかける時間は，最も長い場合で8（時）53（分）−8（時）20（分）= 33（分）$=\frac{11}{20}$（時間）です。よって速さは$30\div\frac{11}{20}$ =54.54…より，時速54.5km以上です。また，アの時刻は8（時）45（分）−3（分）=8（時）42（分）ですから，電車Dが30kmを移動するのにかける時間は，最も短い場合で8(時) 42(分) −8(時) 20（分）=22（分）$=\frac{11}{30}$（時間）です。よって速さは$30\div\frac{11}{30}$ =81.81…より，時速81.8km以下です。

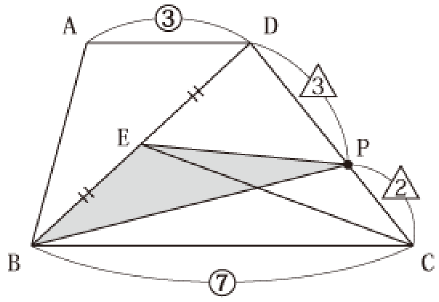
$\boxed{6}$ 点の移動

(1) 下の図で考えます。



三角形ABDと三角形DBCは高さの同じ三角形ですから，三角形DBCの面積は台形ABCDの面積の$\frac{7}{3+7}=\frac{7}{10}$です。次に，三角形EBCは三角形DBCと高さの同じ三角形ですから，三角形EBCの面積は三角形DBCの面積の$\frac{1}{2}$です。最後に三角形BEPは三角形EBCと高さの同じ三角形ですから，三角形BEPの面積は三角形EBCの面積の$\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$です。よって三角形BEPの面積は，$25\times\frac{7}{10}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$ =3.5（㎠）です。

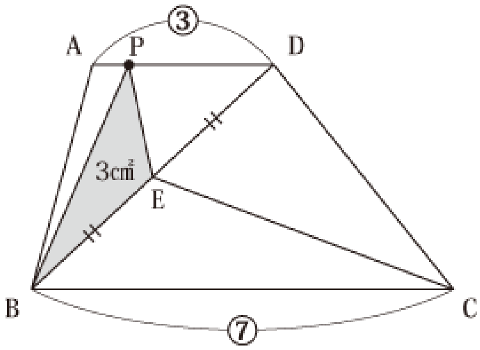
(2) 下の図で考えます。



(1)で求めたように，三角形 DBC の面積は台形 ABCD の面積の$\frac{7}{10}$ です。次に，三角形 DBP は三角形 DBC と高さの同じ三角形ですから，三角形 DBP の面積は三角形 DBC の面積の$\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$ です。最後に三角形 BEP は三角形 DBP と高さの同じ三角形ですから，三角形 BEP の面積は三角形 DBP の面積の$\frac{1}{2}$ です。よって三角形 BEP の面積は，

$25\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=$5.25（㎠）です。

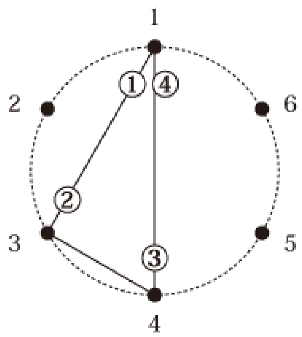
(3) 三角形 BEP の面積が最後に 3 ㎠になるのは，下の図のときです。



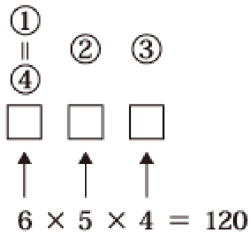
三角形 ABD の面積は台形 ABCD の面積の$\frac{3}{3+7}=\frac{3}{10}$ ですから，$25\times\frac{3}{10}=7.5$（㎠）です。三角形 BEP と三角形 DEP は底辺の長さも高さも同じ三角形ですから面積が等しく，三角形 DBP の面積は 3＋3＝6（㎠）です。これより三角形 ABP の面積は 7.5－6＝1.5（㎠）ですから，三角形 ABP と三角形 DBP の面積比は 1.5：6＝1：4 です。三角形 ABP と三角形 DBP は高さの同じ三角形ですから，底辺にあたる AP と PD の長さの比も 1：4 です。

7 場合の数

(1) サイコロを投げて1回目に出た目であることを①のように丸数字で表すものとすると，たとえば出た目が順に1、3、4、1のときには下のようになります。



この例に限らず，たとえ②と③がどの点であったとしても，①と④が同じ点でさえあれば，折れ線は1つの三角形になることがわかります。よってサイコロを投げたときに①と④が同じ目，②と③がそれとは異なる目であればよいですから，積の法則により



となります。よって120通りです。

(2) 折れ線が1つの三角形となるためには，サイコロを投げたときに出る目が（1、2、3）のように3種類でなくてはなりません。ここでは仮に，出た目が（1，2，3）の3種類で，1回目に1の目が出る場合を考えてみます（1の目が必ず2回以上出ることになります)。

① 出た目の組み合わせが（1，1，1，2，3）のときの目の並び方

（1、2、1、3、1）のように3回目に1が出ると，設問の図3の例のように折れ線が1つの三角形になりませんから，考えられるのは（1，1，2，3，1)，(1，1，3，2，1)，(1，2，3，1，1)，(1，3，2，1，1）の4通りです。

②　出た目の組み合わせが（1，1，2，2，3）のときの目の並び方

1つ1つ調べていくと，（1，2，1，3，2），（1，2，2，3，1），（1，2，3，1，2），（1，3，2，1，2），（1，3，2，2，1）の5通りがあります。

③出た目の組み合わせが（1，1，2，3，3）のときの目の並び方

2と3の目の数が②の場合と逆になっただけで，構成は変わりませんから，同じく5通りあります。

1回目に2の目が出る場合，3の目が出る場合も同じく4＋5＋5＝14通りずつありますから，出た目が（1，2，3）の3種類の場合だけで14×3＝42（通り）があります。

6個の点の中から（1，2，3）のような3点を選ぶ選び方は，全部で$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$＝20（通り）ありますから，サイコロを5回投げて折れ線が1つの三角形になる目の出方は，全部で42×20＝840（通り）あります。