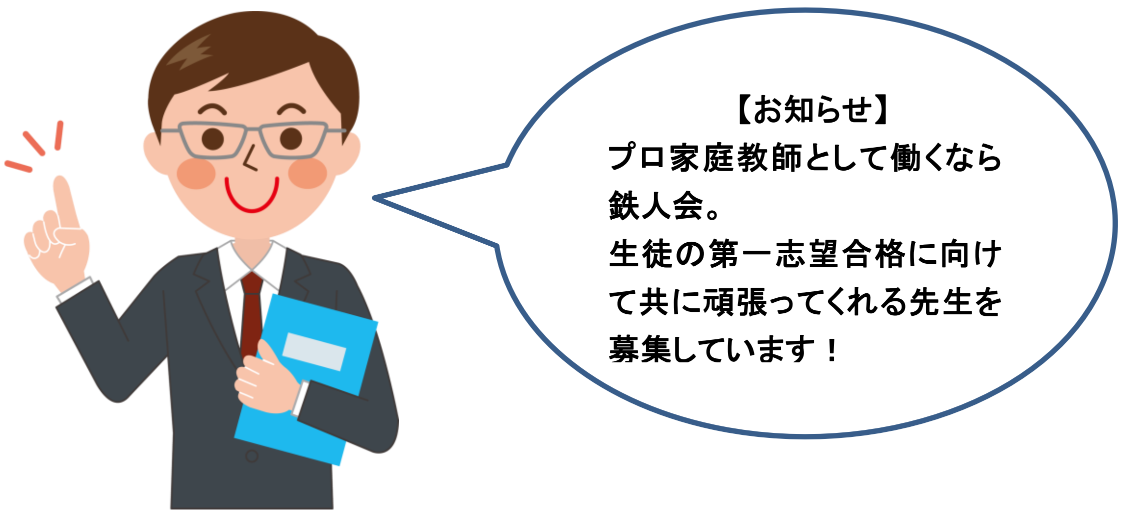
2月度　マンスリーテスト

予想問題

新6年

算　数

[解答と解説]



中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 4　　(2) $1\frac{1}{4}$　　(3) $\frac{57}{359}$

(4) 1560（円）　　(5) 200（m）　　(6) 9（日）

2　(1) 8　　(2) 104　　(3) ① 63（番目）　② 11031

(4)（時速）4（km）　　(5) 2.4（km）

3　(1) 108（g）　　(2) 156（g）　　(3) 3800（円）　　(4) 30（円）

4　(1) 37.68（cm）　　(2) 7.875（㎠）　　(3) 18（cm）　　(4) $\frac{5}{24}$（倍）

5　(1) 560（通り）　　(2) 2（通り）　　(3) 26（通り）　　(4) 108（通り）

6　(1) 63（㎤）　　(2) 20（cm）　　(3) 7335.04（㎤）

7　(1) 4（分）　　(2) ① 25（分）　　② 22（台）

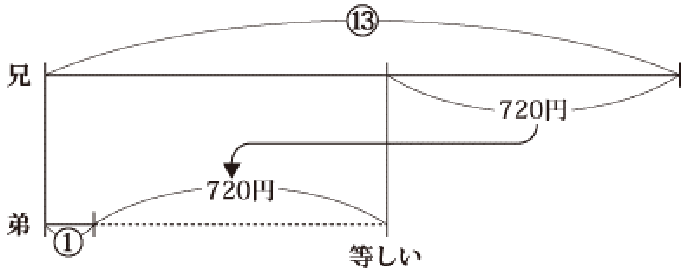
配　点

各 5 点

解　説

1　計算問題・基本問題

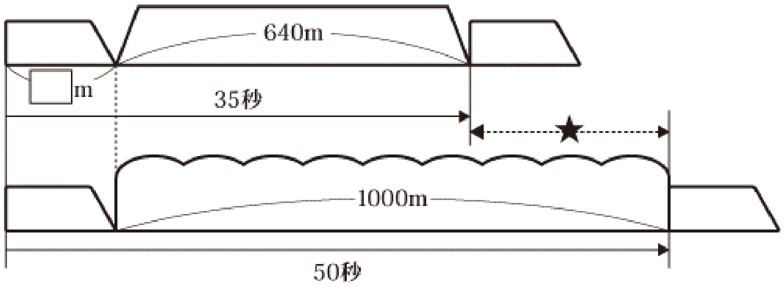
(4) 下のような線分図で考えます。



図より 720×2＝1440（円）が⑬－①＝⑫にあたりますから，兄の所持金にあたる

⑬は $1440\times\frac{13}{12}$ ＝1560（円）です。

(5) それぞれの場合で列車の最後尾がどれだけ進んだかを，下のような図に表します。



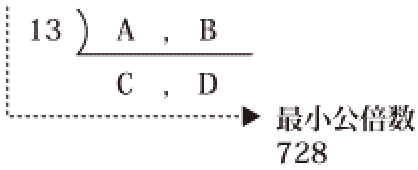
図の★部より，列車は 1000－640＝360（m）を 50－35＝15（秒）かけて進んでいますから，列車の秒速は 360÷15＝24（m/秒）です。よって列車の長さ（図の□）は 24×35－640＝200（m）です。

(6) 16 と 24 と 48 の最小公倍数が 48 であることを利用し仕事量全体を㊽とすると，1 日あたりの仕事量は，A が㊽÷16＝③，B が㊽÷24＝②，C が㊽÷48＝①となります。B が休んだ 1 日に A と C がした仕事量は（③＋①）×1＝④，C が休んだ 4 日に A と B がした仕事量は（③＋②）×4＝⑳ですから，残りの㊽－（④＋⑳）＝㉔の仕事を 3 人でしたことになります。3 人で仕事をした日数は㉔÷（③＋②＋①）＝4（日）ですから，仕事を終えるのにかかる日数は，全部で 1＋4＋4＝9（日）です。

2 数の性質・速さ

(1) 135－7＝128，147－3＝144 より，求める数は 96 と 128 と 144 の公約数ですから，最大公約数である 16 の約数です。16 の約数は 1，2，4，8，16 の 5 つですが，割る数は余りの 7 や 3 よりも大きいので，8 以上の数です。よって最小の数は 8 です。

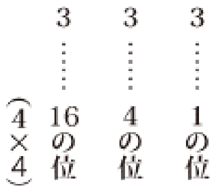
(2) 最大公約数が 13 であることから，次のような連除法がなりたちます。A＞B ですから，C＞D です。



CとDの積は728÷13＝56ですから，積が56で，1以外に公約数のない2数の組み合わせを考えると，（56，1），（8，7）の2組があります。和が小さい（8，7）がCとDのとき，AとBの和も最小となりますから，Aは8×13＝<u>104</u>です。

(3)

① 数字が3までしかなければ，4以上の数を表すには位を上げるしかありません。4で位が上がる4進法で表された333を10進法に直します。4進法の位取りは下のようになります。



よって16×3＋4×3＋1×3＝(16＋4＋1)×3＝<u>63（番目）</u>です。

② 10進法で数えた333を4進法に直します。4進法の位取りは1の位，4の位，4×4＝16の位，4×4×4＝64の位，4×4×4×4＝256の位…と進んでいきますから，

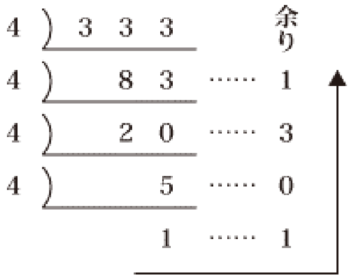
下の式の$\boxed{\text{ア}}$から$\boxed{\text{オ}}$を埋めれば，各位の数を求められます。

333＝256×$\boxed{\text{ア}}$＋64×$\boxed{\text{イ}}$＋16×$\boxed{\text{ウ}}$＋4×$\boxed{\text{エ}}$＋1×$\boxed{\text{オ}}$

333÷256＝1余り77より$\boxed{\text{ア}}$は1，77÷64＝1余り13より$\boxed{\text{イ}}$は1，13÷16＝0余り13より$\boxed{\text{ウ}}$は0，13÷4＝3余り1より$\boxed{\text{エ}}$は3，1÷1＝1より$\boxed{\text{オ}}$は1ですから，求める数は$\boxed{\text{ア}}$から$\boxed{\text{オ}}$を順に並べて<u>11031</u>です。

【別解】

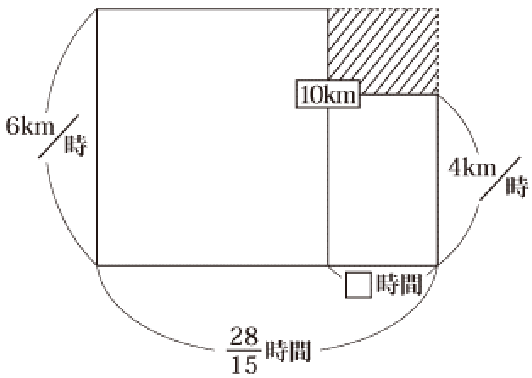
下のように商が 4 より小さくなるまで 4 で割り続け，余りを求めていく方法もあります。



最後の商から始めて，それまでに求めた余りを下から上に向かって並べると，11031 となります。

(4) 「距離の合計÷時間の合計＝平均の速さ」ですから，距離の合計を平均の速さで割ることで，時間の合計を求められます。12×2÷4.8＝5 より，往復の時間は 5 時間です。このうち行きにかかった時間は 12÷6＝2（時間）ですから，帰りにかかった時間は 5－2＝3（時間）です。よって帰りの速さは，12÷3＝4（km/時）です。

(5) 下のような面積図で表されるつるかめ算です。1 時間 52 分は $1\frac{52}{60}=\frac{28}{15}$（時間）です。

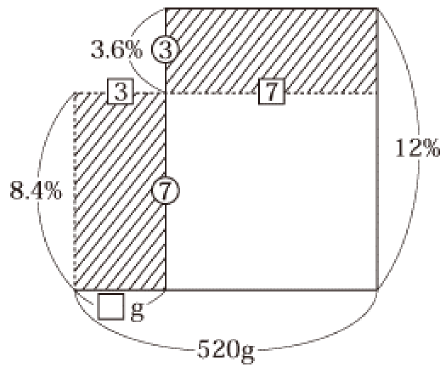


斜線部の面積は $6\times\frac{28}{15}-10=1.2$（km）ですから，山道にかかった時間（図の□）は 1.2÷(6－4)＝0.6（時間）です。よって山道の距離は，4×0.6＝2.4（km）です。

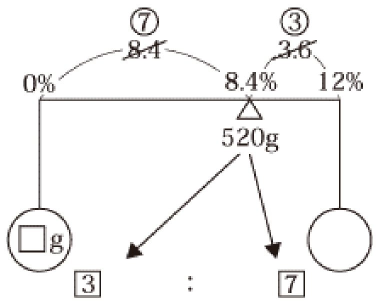
$\boxed{3}$ 割合

(1) 食塩水の濃度とは食塩水に食塩が含まれる割合ですから，492g の水は，食塩水全体から 18%の食塩を除いた 100－18＝82（%）にあたります。食塩水全体の重さは 492÷0.82＝600（g）ですから，加えた食塩の重さは 600－492＝108（g） です。

(2) 食塩水はこぼれても濃度に変わりはありませんから，12%の食塩水に水を混ぜたら 8.4%の食塩水になった、ということです。こぼれた食塩水と同じ重さの水を加えていることから，重さの合計は 520g に戻っていることに注意します。下の（図 1）のような面積図か，（図 2）のような天秤図をかきます。



（図 1）



（図 2）

（図 1）では面積の等しい斜線部のたての長さの比が，（図 2）では支点から左右のおもりまでの長さの比が 8.4 :（12－8.4）＝⑦：③ですから，（図 1）では斜線部の横の長さの比が，（図 2）ではおもりの重さの比が，逆比の $\boxed{3}$: $\boxed{7}$ になります。520g は $\boxed{3}$ ＋ $\boxed{7}$ ＝ $\boxed{10}$ にあたり，こぼれた食塩水の重さは加えた水の重さである $\boxed{3}$ と同じですから，

$520\times\frac{3}{10}$ ＝156（g） です。

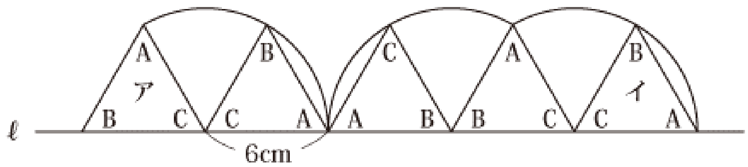
(3) 原価を①とすると，定価は①×(1＋0.25)＝ 1.25 ，3 割引きの値段は 1.25 ×0.7＝ 0.875 と表せます。475 円の損失は①－ 0.875 ＝ 0.125 にあたりますから，

①の原価は 475÷0.125＝3800（円）です。

(4) 仕入れ値の合計は 28×500＝14000（円）ですから，5%の利益をあげるために必要な売上は 14000×(1＋0.05)＝14700（円）です。売れる個数は 500－10＝490（個）ですから，1 個あたりにつける値段は，14700÷490＝30（円）です。

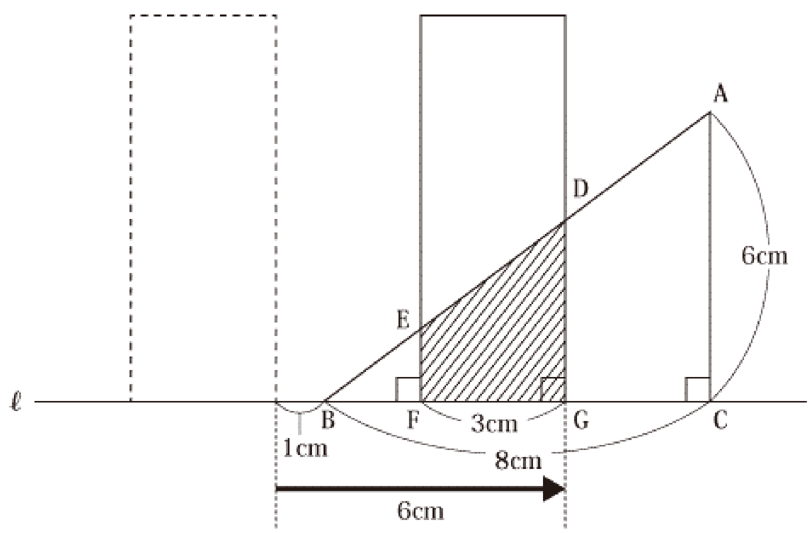
4 平面図形

(1) 正三角形 ABC の辺が直線ℓと重なる要所をすべて作図し，回転の中心に気をつけながら頂点記号をすべて記入していくと，下のようになります。



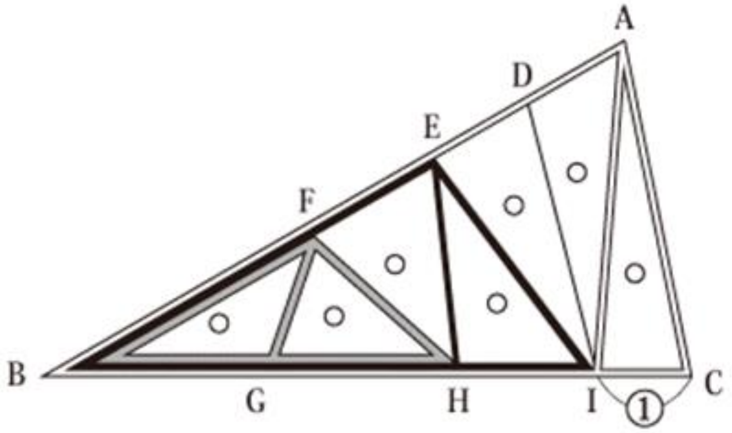
回転の中心と移動点である頂点 A を結ぶ線を半径として弧を作図すると，頂点 A は図のように 3 回弧をえがき，おうぎ形の中心角はいずれも 180－60＝120（度）です。よって頂点 A が動いてできる線の長さは，$6\times2\times3.14\times\frac{120}{360}\times3=$37.68（cm）です。

(2) 下の図のように，長方形の先頭は 2×3＝6（cm）進んでいますので，長方形と直角三角形が重なっている部分は，斜線の台形 DEFG です。



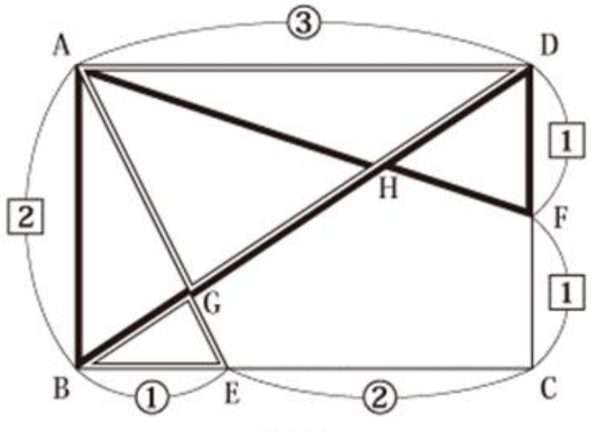
三角形 ABC と三角形 DBG と三角形 EBF は相似であり，BF の長さが 6−(1＋3)＝2（cm）であることから，相似比は 8：(2＋3)：2＝8：5：2 です。したがって DG の長さは $6\times\frac{5}{8}$ ＝3.75（cm），EF の長さは $6\times\frac{2}{8}$ ＝1.5（cm）ですから，台形 DEFG の面積は，(1.5＋3.75)×3÷2＝7.875（㎠）です。

(3) 下の図で，IC の長さを①とします。



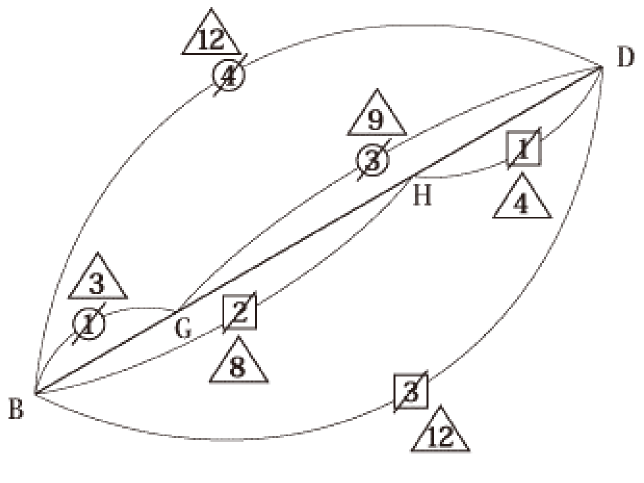
三角形 AIC と三角形 ABI は高さの等しい三角形ですから，面積比 1：6 がそのまま底辺の長さの比となります。よって BI の長さは⑥です。次に，三角形 EBI と三角形 EBH も高さの等しい三角形ですから，面積比 4：3 より BH の長さは⑥ $\times\frac{3}{4}$ ＝ (4.5) です。さらに三角形 FBH と三角形 FGH も高さの等しい三角形ですから，面積比 2：1 より GH の長さは (4.5) $\times\frac{1}{2}$ ＝ (2.25) です。56cm の BC は⑥＋①＝⑦にあたりますから，GH の長さは $56\times\frac{2.25}{7}$ ＝18（cm）です。

(4) 次の（図 1）で，BE の長さを①，EC の長さを②とすると，AD の長さは①＋②＝③であり，DF，FC の長さを $\boxed{1}$ とすると，AB の長さは $\boxed{1}$ ＋ $\boxed{1}$ ＝ $\boxed{2}$ となります。



（図１）

三角形 GBE と三角形 GDA は相似比 1 : 3 の相似ですから，BG : GD＝1 : 3 です。ま」
た三角形 ABH と三角形 FDH は相似比 2 : 1 の相似ですから，BH : HD＝2 : 1 です。
ここで直線 BD 上の長さの関係について整理すると，下の（図 2）のようになります。



（図２）

BDの長さは丸数字では①＋③＝④，四角数字では$\boxed{2}$＋$\boxed{1}$＝$\boxed{3}$にあたりますから、

4 と 3 の最小公倍数 12 を利用して BD の長さを 12 とし，全体を三角数字にそろえ

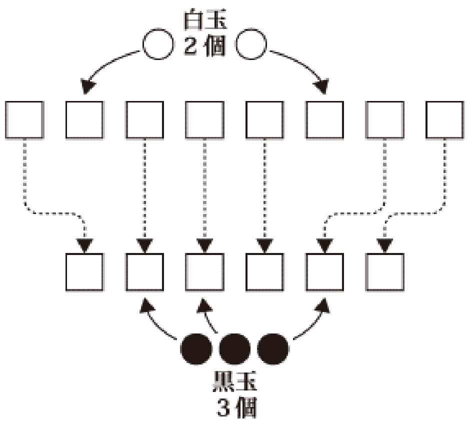
ます。丸数字は 3 倍，四角数字は 4 倍することでそれぞれ三角数字に改まりますから，

BG，GD，BH，HD の長さはそれぞれ， 3 ， 9 ， 8 ， 4 です。これより

GH の長さは $\triangle 8 - \triangle 3 = \triangle 5$ となりますから，BD の長さの$\frac{5}{12}$ であることがわかります。よって三角形 AGH の面積は，長方形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ である三角形 ABD の面積の$\frac{5}{12}$ ですから，長方形 ABCD の面積の，$\frac{1}{2}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{24}$（倍）です。

$\boxed{5}$ 場合の数

(1) 下の図のように，まず 8 つの空き枠から 2 枠を選んで白玉 2 個を入れます。このときの選び方は$\frac{8\times7}{2\times1}$ ＝28（通り）あります。



次に空いた 6 枠から 3 枠を選んで黒玉を入れます。このときの選び方は$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}$ ＝20（通り）です。残った 3 枠には自動的に赤玉 3 個が入りますから，並べ方は全部で 28×20＝560（通り）あります。

(2) 鉛筆の本数を A 本，ボールペンの本数を B 本とすると，下のような式が立てられます。

80×A＋150×B＝3000

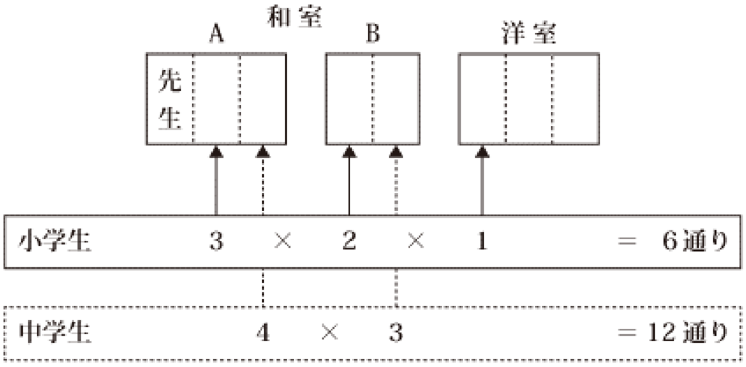
全体を 10 で割って簡単にし，式を満たす A と B の組み合わせを調べます。はじめの（0，20）の組み合わせを見つけたら，A の値は 15 ずつ増やし，B の値は 8 ずつ減らしていけば，合計は 300 のまま変わりません。

8×A＋15×B＝300
（ 0 ， 20）
（15 ， 12）
（30 ， 4）

はじめの（0，20）の組み合わせは「どちらも1本以上は買う」という条件にあてはまりませんので，条件を満たす買い方は<u>2通り</u>です。

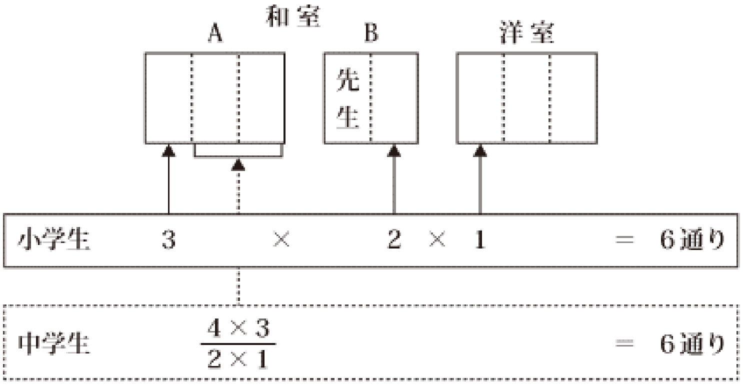
(3) 9の倍数の特徴は各位の数の和が9の倍数であることですから，まずは和が9の倍数になる3つの数の組み合わせを調べます。（0，3，6），（0，4，5），（1，2，6），（1，3，5），（2，3，4）の5組があり，0を含む2組については並べ方は2×2×1＝4（通り）ずつ，0を含まない3組については並べ方は3×2×1＝6（通り）ずつあります。よって全部で4×2＋6×3＝<u>26（通り）</u>です。

(4) 定員が3名の和室をA，定員が2名の和室をBとします。まずは下のように先生がAに泊まるときを考えます。



小学生3人とA，B，洋室3室の組み合わせ方は3×2×1＝6（通り）あり，中学生4人はA，Bに1人ずつと洋室2人に分かれます。A，Bに泊まる中学生2人が決まれば残る2人が自動的に洋室に入りますから，中学生の分け方は4×3＝12（通り）です。よって先生がAに泊まるときの部屋割りのしかたは6×12＝72（通り）です。

次に先生がBに泊まる場合を考えます。



小学生 3 人と 3 室の組み合わせ方は 6 通りで変わりありません。中学生 4 人については，A と洋室に 2 人ずつ分かれることになりますから，A に入る 2 人を選び，残る 2 人は自動的に洋室に入ると考えます。4 人から 2 人を選ぶのですから組み合わせは$\dfrac{4\times3}{2\times1}$＝6（通り）です。よって先生が B に泊まるときの部屋割りのしかたは 6×6＝36（通り）です。

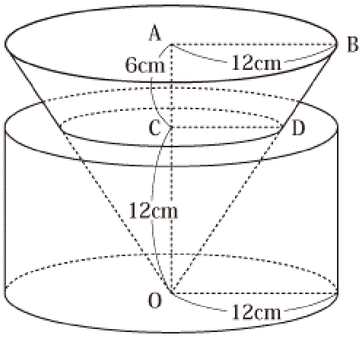
これより，部屋割りのしかたは全部で，72＋36＝108（通り）あります。

6 立体図形

(1) $6\times7\div2\times9\times\dfrac{1}{3}$ ＝63（cm³）です。

(2) $\dfrac{半径}{母線}=\dfrac{中心角}{360度}$ ですから，$\dfrac{□}{48}=\dfrac{150}{360}$ が成り立ちます。$□=\dfrac{48\times150}{360}$ ＝20（cm）です。

(3) 下の図のような，円柱と円すい台を組み合わせた立体ができます。

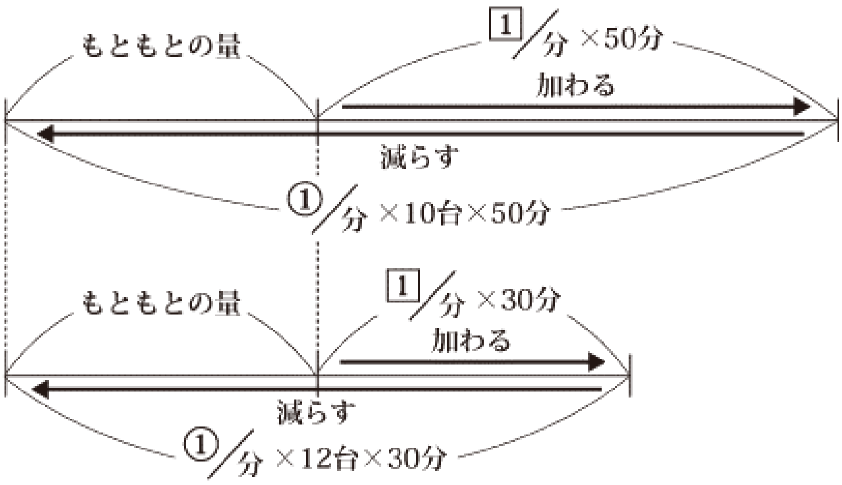


三角形OABと三角形OCDは相似比（12＋6）: 12＝3 : 2の相似ですから，CDの長さは$12\times\frac{2}{3}$＝8（cm）です。よって求める立体の体積は，$12\times12\times3.14\times(12+6)\times\frac{1}{3}-8\times8\times3.14\times12\times\frac{1}{3}+12\times12\times3.14\times12=(864-256+1728)\times3.14=$<u>7335.04（cm³）</u>です。

$\boxed{7}$ ニュートン算

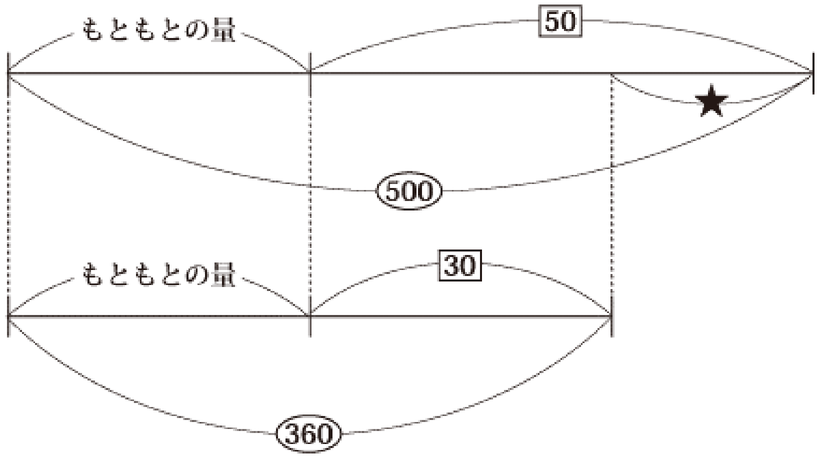
(1) 120人の行列が15分でなくなったのですから，受付窓口1か所を開けると，行列の人数が1分あたり120÷15＝8人減ったことがわかります。1分あたり3人が列に加わっていたにもかかわらず8人ずつ減っていったのですから，受付窓口1か所が減らしていた人数は8＋3＝11（人/分）です。これより，受付窓口を3か所にすると，窓口が減らす人数は11×3＝33（人/分）となりますが，1分あたり3人は常に加わっていますので，実際に減っていく人数は33－3＝30（人/分）です。よって行列がなくなるのにかかる時間は，120÷30＝<u>4（分）</u>です。

(2) 1台のポンプが1分間にくみ出す水の量を①/分，水道から1分間に加わる量を$\boxed{1}$/分として，下の（図1）のような線分図に表します。実際は「もともとの量」がただ減っていくだけですが，水道から加わる量とポンプが減らす量を同時に図に表すことが難しいため，加わる量を一旦「もともとの量」に加えたのちに，ポンプがすべてを減らすと考えます。



（図1）

計算できる部分を計算して整理すると，下の（図 2）のようになります。



（図２）

★部より 500 － 360 ＝ 140 と $\boxed{50}$ － $\boxed{30}$ ＝ $\boxed{20}$ が等しく，140÷20＝7 より $\boxed{1}$ ＝ ⑦ですから，水道から 1 分間に加わる量は⑦/分です。四角数字は 7 倍することで丸数字に直せますから，$\boxed{50}$ は $\boxed{50}$ ×7＝ 350 となり,「もともとの量」は 500 － 350 ＝ 150 であったことがわかります。

① ポンプを 13 台にすると，ポンプが減らす水量は 1 分間に①/分×13＝⑬/分となりますが，⑦/分は常に加わっていますので，実際に減っていく水は⑬－⑦＝⑥/分です。よって水そうが空になるまでにかかる時間は，150 ÷⑥＝25（分）です。

② 150 の水を 10 分で空にするのですから，1 分間に 150 ÷10＝⑮/分が減っていかなくてはなりませんが，⑦/分が常に加わっています。よってポンプが 1 分間に減らさなくてはならない量は⑮＋⑦＝㉒/分です。よって 22 台のポンプが必要です。