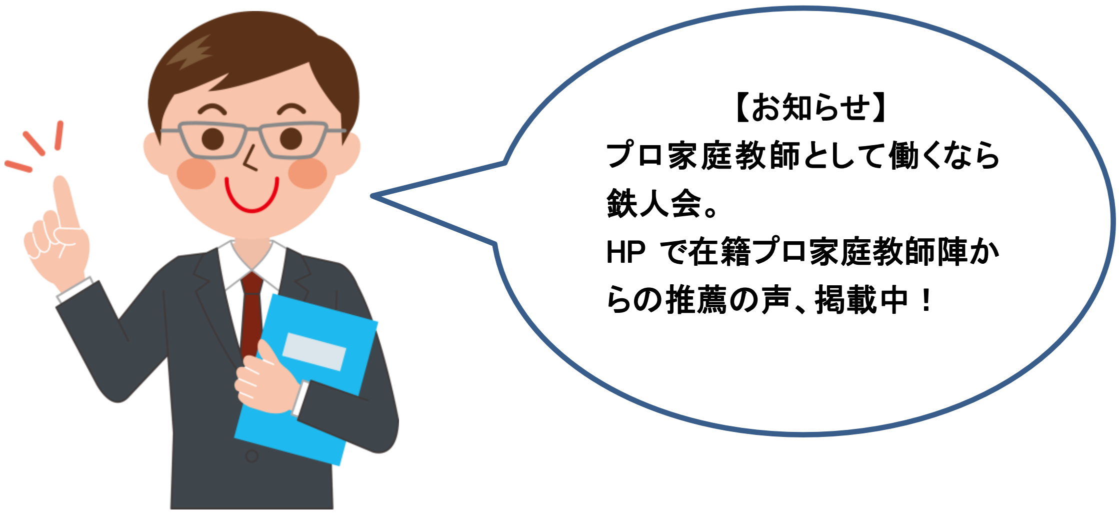
5 月度　　マンスリーテスト

予想問題

6 年

算　数

[解答と解説]



中学受験鉄人会

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ (1) 17　(2) $\frac{5}{54}$　(3) $1\frac{9}{16}$

$\boxed{2}$ (1) 5.2（%）　(2) 12（枚）　(3) 1.8（km）

(4)（正）四十五（45）（角形）　(5) $\frac{1}{24}$　(6) $5\frac{1}{7}$

(7) 4（時）43（分）37.5（秒）　(8) 2840（m を超えて）3070（m まで）

$\boxed{3}$ (1) 3768（㎠）　(2) 80（個）　(3) 8（個目）

(4) $14\frac{1}{16}$（cm）　(5) 41.04（㎠）　(6) 353.25（㎤）

$\boxed{4}$ (1) エ　(2) キ　(3) ク　(4) シ

$\boxed{5}$ (1) 1（cm）　(2) 4：5：3　(3) 4：5

$\boxed{6}$ (1) 30（個）　(2) 675　(3) $7\frac{5}{18}$

$\boxed{7}$ (1) 9（㎤）　(2) 13.5（㎠）　(3) 37.125（㎠）

$\boxed{\text{配　点}}$

各 5 点　$\boxed{2}$ (8) すべてできて得点

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{1}$ 計算問題

(2) 簡便法が使えるよう工夫します。

$$\frac{1}{3\times6}+\frac{1}{6\times9}+\frac{1}{9\times12}+\frac{1}{12\times15}+\frac{1}{15\times18}$$

$$=\frac{3\times3}{3\times6}\div(3\times3)+\frac{3\times3}{6\times9}\div(3\times3)+\frac{3\times3}{9\times12}\div(3\times3)+\frac{3\times3}{12\times15}\div(3\times3)+\frac{3\times3}{15\times18}\div(3\times3)$$

$$=\frac{1}{1\times2}\div9+\frac{1}{2\times3}\div9+\frac{1}{3\times4}\div9+\frac{1}{4\times5}\div9+\frac{1}{5\times6}\div9$$

$=\left(\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}\right)\div9$

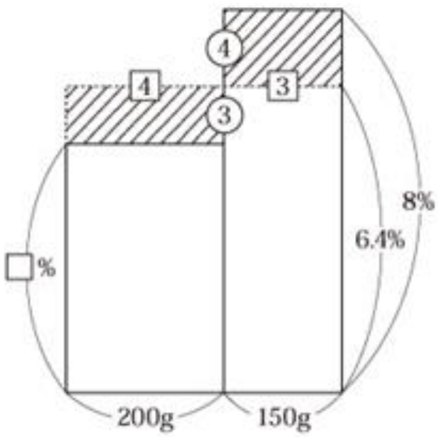
$=\left(1-\frac{1}{6}\right)\div9$

$=\underline{\frac{5}{54}}$ です。

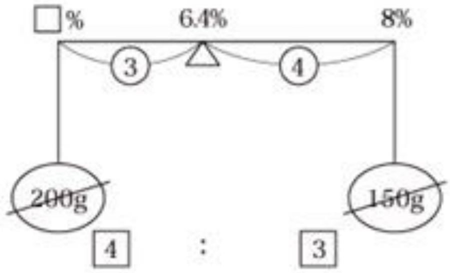
(3) $5\div\left(\frac{2}{3}\div\frac{5}{9}+2\right)=\underline{1\frac{9}{16}}$ です。

$\boxed{2}$ 文章題集合

(1) 下の（図 1）のような面積図か,（図 2）のような天秤図をかきます。



（図 1）



（図 2）

（図 1）では面積の等しい斜線部の長方形の横の長さの比が,（図 2）では左右のおもりの重さの比が, 200 : 150＝$\boxed{4}$: $\boxed{3}$ ですから,（図 1）では長方形のたての長さの比が,（図 2）では支点からおもりまでの長さの比が, 逆比の③ : ④となります。8－6.4＝1.6（%）が④にあたりますから, ③は $1.6\times\frac{3}{4}=1.2$（%）です。よって求める□の濃度は 6.4－1.2＝<u>5.2（%）</u>です。

(2) 192 と 256 の最大公約数は 64 ですから, 正方形の紙の 1 辺の長さは 64cm です。た

てには 192÷64＝3（枚），横には 256÷64＝4（枚）が並びますから，全部で 3×4＝12（枚）必要です。

(3) $7.2 \div \frac{1}{25000} \div 100 \div 1000 = \frac{7.2 \times 25000}{100 \times 1000} =$ 1.8（km）です。

(4) 1つの内角の大きさが 172 度ということは, 1つの外角の大きさは 180－172＝8(度) です。外角の合計は 360 度ですから，360÷8＝45 より，正四十五（45）角形です。

(5) 小数に直して比べると，$\frac{4}{7} = 4 \div 7 = 0.571\cdots$，$\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666\cdots$，0.4，$\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0.625$ ですから，$\frac{2}{3}$ と $\frac{5}{8}$ の値が近いことがわかります。よって求める差は、$\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \frac{1}{24}$ です。

(6) $3\frac{1}{9} = \frac{28}{9}$，$2\frac{11}{12} = \frac{35}{12}$，$2\frac{13}{18} = \frac{49}{18}$ ですから，求める分数 X を $\frac{B}{A}$ とすると，下のように書き表せます。

$$\frac{28}{9} \times \frac{B}{A} = \frac{28 \times B}{9 \times A} = \text{整数}$$

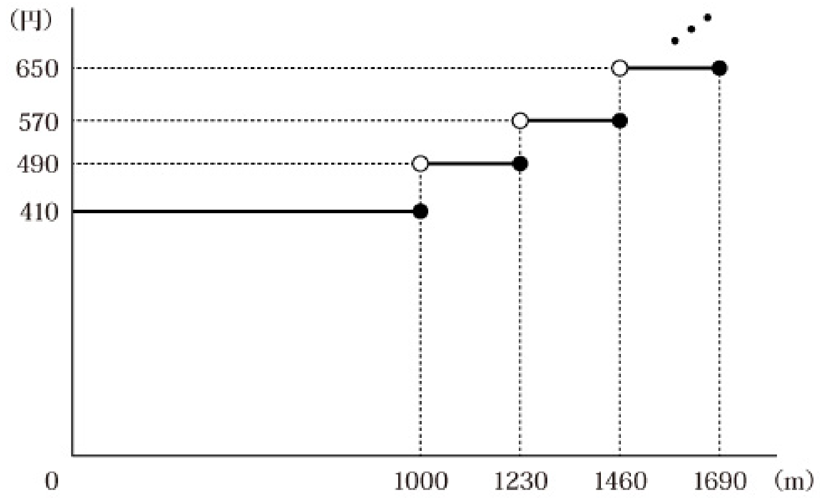
$$\frac{35}{12} \times \frac{B}{A} = \frac{35 \times B}{12 \times A} = \text{整数}$$

$$\frac{49}{18} \times \frac{B}{A} = \frac{49 \times B}{18 \times A} = \text{整数}$$

分数どうしの積が整数になるのは，約分の結果，分母が 1 になるときですから，分子の B は 9 と 12 と 18 の公倍数，分母の A は 28 と 35 と 49 の公約数です。求めるのはこのうち最も小さい分数ですから，分子 B は公倍数の中でも最も小さな最小公倍数と決まります。また，同じ分子の場合，分母は大きいほど分数としては小さくなりますから，分母 A は公約数の中でも最も大きな最大公約数と決まります。よって求める分数 X は，$\frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$ です。

(7) 木曜日の午前 6 時から次の週の火曜日の午後 5 時までは，24×5＋（17−6）＝131（時間）あります。8（時間）: 131（時間）＝1（分）: □（分）の比例式より，□は 131×1÷8＝$16\frac{3}{8}$ ですから，この時計は火曜の午後 5 時には $16\frac{3}{8}$ 分遅れています。5（時）－$16\frac{3}{8}$（分）＝4（時）$43\frac{5}{8}$（分）ですから，60×$\frac{5}{8}$＝37.5 より，この時計が指す時刻は，<u>4 時 43 分 37.5 秒</u>です。

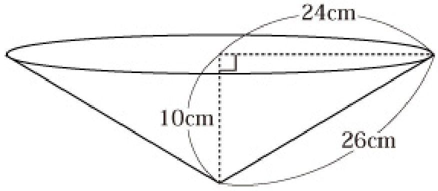
(8) 下のようなグラフで表されます。



料金が加算された回数は，(1130－410)÷80＝9（回）ですから，タクシーを利用した距離は最長の場合で 1000＋230×9＝3070（m）です。3070－230＝2840（m）より，利用した距離の範囲は<u>2840m を超えて 3070m まで</u>です。

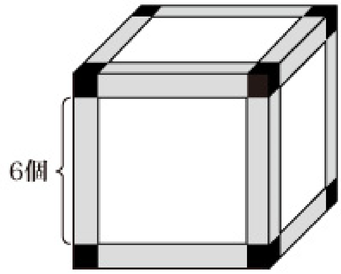
$\boxed{3}$ 小問集合（立体図形）

(1) 下の図のような円すいができます。



表面積は，24×24×3.14＋26×24×3.14＝(24＋26)×24×3.14＝3768（㎠）です。

(2) 下の図で，黒くぬられた頂点部分の立方体は 3 つの面が，影のついた辺上の立方体はすべて 2 つの面がぬられています。他に 2 つ以上の面がぬられた立方体はありません。



3 つの面が赤くぬられたものは，立方体の頂点の数と同じ 8 個あります。2 つの面が赤くぬられたものは，立方体の辺の数が 12 で，1 辺あたりに 6 個ありますから，6×12＝72（個）あります。よって全部で 8＋72＝80（個）です。

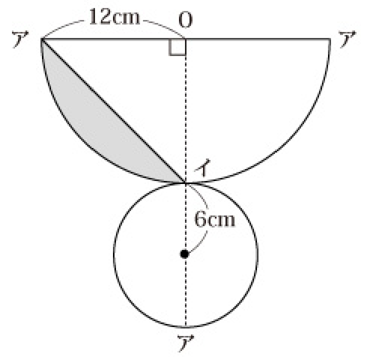
(3) 容器に水が入っていない上部 19－13＝6（cm）部分と，おもり 1 個について，下のような比の表に整理します。半径の比を 2 度かけ合わせたものが底面積の比，底面積の比と高さの比をかけ合わせたものが体積の比となります。

	容器上部		おもり 1 個
半径	~~10~~	:	~~4~~
	5	:	2
	↓		↓
底面積	~~(5×5)~~	:	~~(2×2)~~
	25		4
高さ	6	:	5
体積	~~150~~	:	~~20~~
	⑮		②

⑮÷②＝7.5（個）より，水の入っていない容器上部におもりは 7 個までしかおさまりませんので，水があふれ始めるのは 7＋1＝8（個目）のおもりをしずめているときです。

(4) 容器A，B，Cの底面積の比は，$\frac{1}{75}$ ：$\frac{1}{30}$ ：$\frac{1}{6}$ ＝②：⑤：㉕です。容器Aに入った水の量は②×75＝150と表せますから，3つの容器に入った水の量の合計は150×3＝450です。水を移しかえて同じになったときの水面の高さは，3つの容器をつなぎ合わせて1つの容器にしたときの水面の高さと考えることができますから，450÷(②＋⑤＋㉕)＝$14\frac{1}{16}$（cm）です。

(5) 円すいの展開図をかいて考えます。底面の半径は12÷2＝6（cm）で，展開図の側面部分の中心角は360×$\frac{6}{12}$ ＝180（度）ですから，側面は半円で表されます。

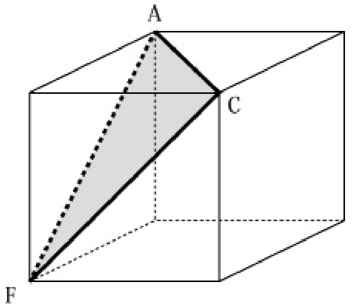


側面を表す半円の弧の上で，両端の点をアとすると，イは弧のちょうどまん中の点になりますから，ア，イと側面の中心Oを結ぶ三角形は，直角二等辺三角形です。よって求める影の部分の面積は，12×12×3.14×$\frac{90}{360}$ －12×12÷2＝41.04（㎠）です。

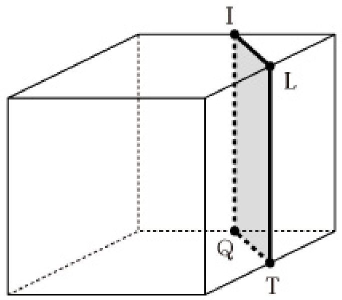
(6) 立体Xともとの円すいは相似であり，立体Xの高さがもとの円すいの高さの半分であることから，相似比は1：2です。体積比は（1×1×1)：(2×2×2）＝①：⑧ですから，立体Yの体積は⑧－①＝⑦にあたります。立体Xと立体Yの体積の差は⑦－①＝⑥となりますから，もとの円すいの体積の$\frac{6}{8}$ ＝$\frac{3}{4}$ が，求める値となります。よって5×5×3.14×18×$\frac{1}{3}$ ×$\frac{3}{4}$ ＝353.25（㎤）です。

4 立体切断

(1) 切り口は下の図のような三角形になります。三角形の3辺はいずれも正方形の対角線にあたり，同じ長さですから，エの正三角形です。



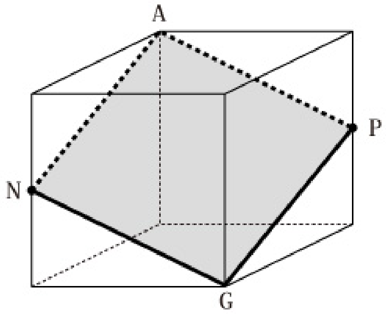
(2) 切り口は下のような四角形になります。例えば次のような手順で作図するとよいでしょう。



①IL，IQ を結ぶ。
②Q から IL と平行な線 QT を引く。
③LT を結ぶ。

できた四角形は，向かい合う2組の辺の長さが等しく平行で，図形の対称性より IT＝LQ で対角線の長さが等しいので，キの長方形です。

(3) 切り口は次のような四角形になります。例えば次のような手順で作図するとよいでしょう。



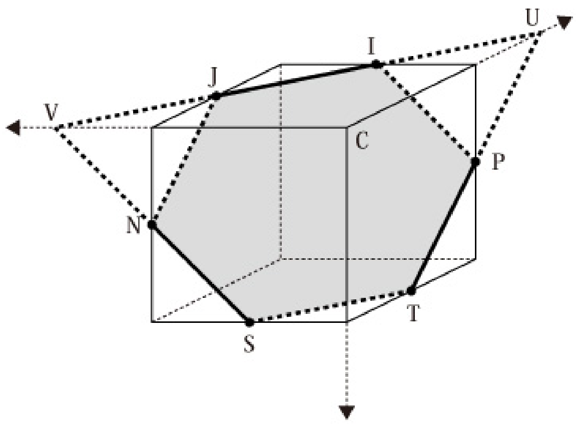
①AN，GN を結ぶ。

②G から AN と平行な線 GP を引く。

③AP を結ぶ。

できた四角形は 4 辺の長さが等しい四角形ですが，対角線の長さ，AG と NP の長さは異なることに注意します。切り口は正方形ではなく，ク のひし形です。

(4) 切り口は下のような六角形になります。例えば次のような手順で作図するとよいでしょう。



①IJ を結ぶ。

②S から IJ と平行な線 ST を引く。

③IJ と同じ平面上の対角にある頂点 C に集まる 3 辺を延長し,各平面を広げる。

④IJ を結ぶ線を，となりの平面とぶつかる点 U，V まで延長する。

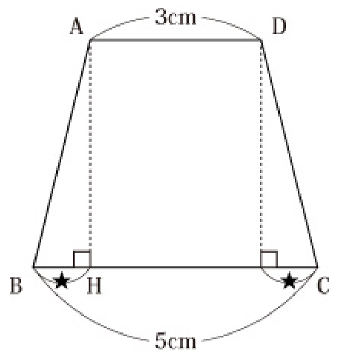
⑤UT，VS を結ぶ。それぞれ P，N の上を通る。

⑥IP，JN を結ぶ。

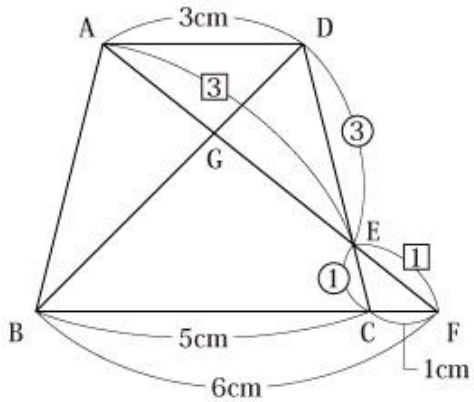
できた 6 角形はすべての辺の長さが等しいですから，シ の正六角形です。

$\boxed{5}$ 平面図形（相似）

(1) 等脚台形は左右対称ですから，下の図の★部の長さは左右で同じです。よって BH の長さは，(5－3)÷2＝<u>1（cm）</u>です。



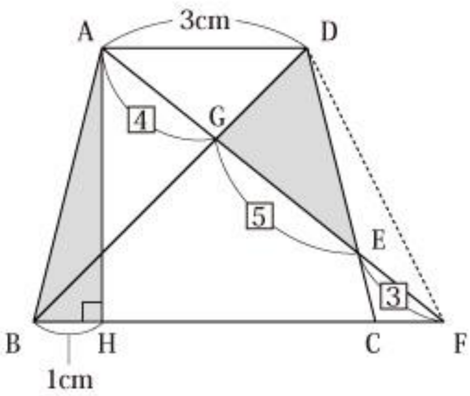
(2) 下の図で，三角形 AED と三角形 FEC は相似比 3 : 1 の相似ですから，CF の長さは $3\times\frac{1}{3}$ ＝1（cm），BF の長さは 5＋1＝6（cm）です。AE の長さを $\boxed{3}$，EF の長さを $\boxed{1}$ とします。



三角形 AGD と三角形 FGB は相似比 3 : 6＝1 : 2 の相似ですから，G は AF を 1 : 2 に分ける点です。AG の長さを四角数字で表すと，($\boxed{3}$＋$\boxed{1}$）$\times\frac{1}{1+2}$ ＝$\boxed{\frac{4}{3}}$ となりますから，GE の長さは $\boxed{3}-\boxed{\frac{4}{3}}=\boxed{\frac{5}{3}}$ です。よって AG : GE : EF の長さの比は，$\boxed{\frac{4}{3}}$: $\boxed{\frac{5}{3}}$: $\boxed{1}$ ＝<u>4 : 5 : 3</u> です。

(3) 下の図のように，補助線 DF を引いて考えます。AG，GE，EF の長さをあらためて、

$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{3}$ とします。



三角形 ABH と三角形 AFD は高さの等しい三角形ですから，底辺の比 1：3 より面積の比は △1 ： △3 です。三角形 DGE の面積は，三角形 AFD の面積の$\dfrac{5}{4+5+3}=\dfrac{5}{12}$ですから，△3 $\times\dfrac{5}{12}=$ △$\dfrac{5}{4}$ です。よって三角形 ABH と三角形 DGE の面積の比は，

△1 ： △$\dfrac{5}{4}$ ＝<u>4：5</u>です。

$\boxed{6}$ 数の性質（既約分数）

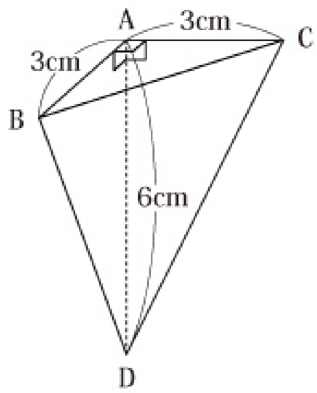
(1) 分母の 18 を素因数分解すると 18＝2×3×3 ですから，既約分数になるのは分子が 2 と 3 の倍数以外のときです。1 より小さいものをすべて書き出すと，$\dfrac{1}{18}$，$\dfrac{5}{18}$，$\dfrac{7}{18}$，$\dfrac{11}{18}$，$\dfrac{13}{18}$，$\dfrac{17}{18}$ の 6 個があり，そのあとは 1 から 2 までに $1\dfrac{1}{18}$，$1\dfrac{5}{18}$，$1\dfrac{7}{18}$，$1\dfrac{11}{18}$，$1\dfrac{13}{18}$，$1\dfrac{17}{18}$ の 6 個，2 から 3 までに $2\dfrac{1}{18}$，$2\dfrac{5}{18}$，$2\dfrac{7}{18}$，$2\dfrac{11}{18}$，$2\dfrac{13}{18}$，$2\dfrac{17}{18}$ の 6 個…というように，帯分数の整数部分を除けば同じ分数が繰り返されていきます。よって 0 から 5 までには 6×5＝<u>30（個）</u>の分数があります。

(2) 0 から 15 までには 6×15＝90（個）の分数があります。はじめの分数$\frac{1}{18}$（左端）から最後の分数 $14\frac{17}{18}$（右端）までが，両端からの対称性をもった形で並んでいますから，合計は等差数列の和と同じように考えることができます。すべての和は、$(\frac{1}{18}+14\frac{17}{18})\times 90\div 2=$<u>675</u> です。

(3) 30÷4＝7.5 より，4 つの帯分数の整数部分は 7 と見当がつけられますから，$7\frac{a}{18}+7\frac{b}{18}+7\frac{c}{18}+7\frac{d}{18}=30$ とします。30 から 4 つの帯分数のわかっている整数部分を引くことで，分数部分のみの合計を求められます。30－7×4＝2 より，$\frac{a}{18}+\frac{b}{18}+\frac{c}{18}+\frac{d}{18}=\frac{a+b+c+d}{18}=2$ですから，a＋b＋c＋d＝2×18＝36 です。a～d の 4 つの数の平均が 36÷4＝9 であることから，$\frac{1}{18}$，$\frac{5}{18}$，$\frac{7}{18}$，$\frac{11}{18}$，$\frac{13}{18}$，$\frac{17}{18}$ の 6 個の分数の分子のうち，a～d にあたるのは 5，7，11，13 とわかります。よっていちばん小さい分数は $\underline{7\frac{5}{18}}$ です。

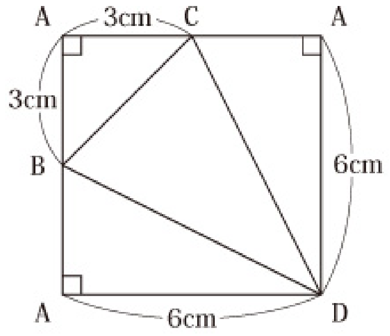
$\boxed{7}$ 立体図形（応用）

(1) A，B，C，D の 4 点を結んでできるのは下のような三角すいです。



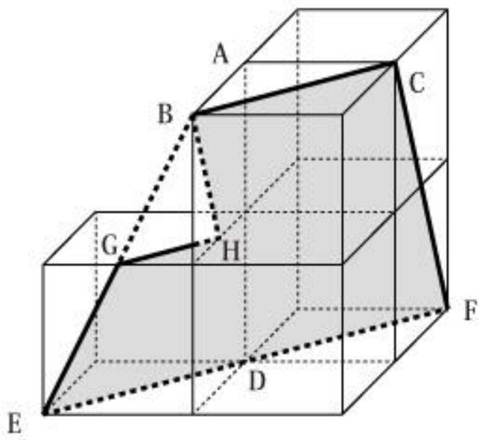
体積は，$3\times 3\div 2\times 6\times\frac{1}{3}=$<u>9（㎤）</u>です。

⑵ ⑴の三角すいの展開図は，下の図のような正方形になります。



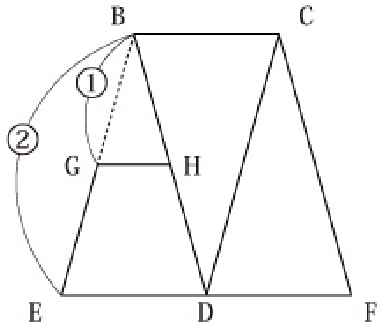
三角形 BCD の面積は，6×6－(3×3÷2＋6×3÷2×2)＝13.5（㎠）です。

⑶ 切り口は下のような六角形になります。例えば次のような手順で作図するとよいでしょう。



①BC を結ぶ。
②D を通り，BC に平行な線 EF を引く。
③CF を結ぶ。
④BE を結び，立体の辺との交点を G とする。
⑤G から EF と平行な線 GH を引く。
⑥BH を結ぶ。

さらに次の図のように，切り口の六角形に補助線 CD と HD を引きます。



三角形 BED，CDF は三角形 BCD と合同ですから，台形 BEFC の面積は 13.5×3＝40.5（㎠）です。また三角形 BGH と三角形 BED は相似比は 1 : 2 の相似ですから，面積比は 1 : 4 です。よって三角形 BGH の面積は $13.5\times\frac{1}{4}$ ＝3.375（㎠）ですから，求める切り口の図形の面積は，40.5－3.375＝37.125（㎠）です。