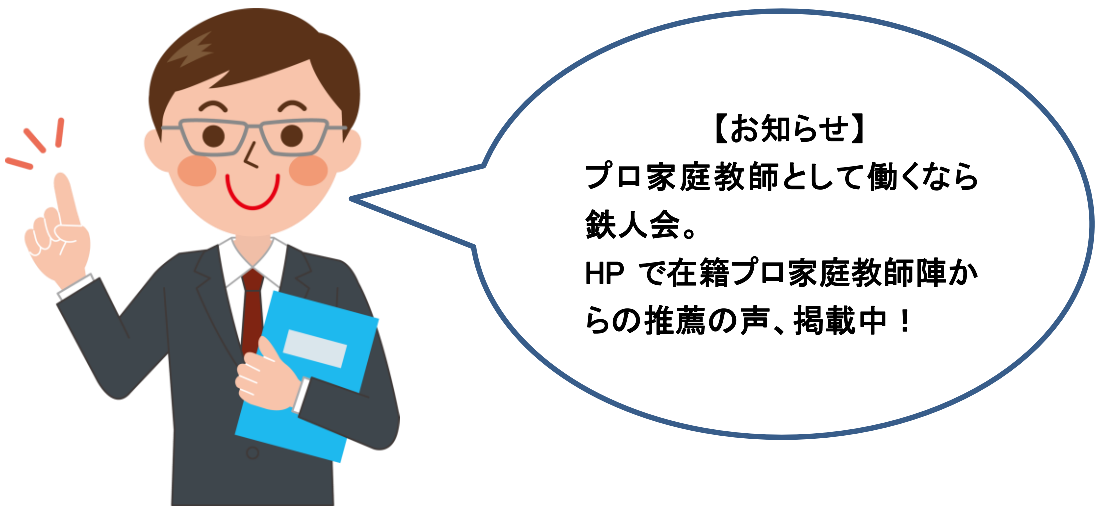
6年生 第3回 公開組分けテスト

予想問題

算 数
［解答と解説］



中学受験鉄人会

解　答

$\boxed{1}$ （1）9　　（2）1.5（$1\frac{1}{2}$）　　（3）2.1（$2\frac{1}{10}$）

$\boxed{2}$ （1）300（円）　（2）1760（m）　（3）5.37（km）　（4）624

（5）240（L）　（6）1.5（cm）　（7）10 : 3　（8）271（個）

$\boxed{3}$ （1）12（個）　（2）7（個）

$\boxed{4}$ （1）84（人）　（2）345（人）

$\boxed{5}$ （1）9.6（cm）　（2）7.5（秒後）

$\boxed{6}$ （1）90（分後）　（2）1.6（倍）

$\boxed{7}$ （1）15（個）　（2）12（本）

$\boxed{8}$ （1）40（㎤）　（2）281.6（㎤）

$\boxed{9}$ （1）17（%）　（2）4.25（%）

配　点

各 8 点

解　説

$\boxed{1}$

（1）順番に計算するより，分数の形で計算すると簡単です。

$$\frac{75\times36}{12\times25}=3\times3=9$$

$\boxed{2}$

(1) 60 円の利益と 20 円の損失の差が, 定価の 1 割引きと 3 割引きの差にあたりますから,

$(60+20)\div(0.3-0.1)=400$（円）　‥‥定価

定価 400 円の品物を 1 割引きで売ると，

　$400\times(1-0.1)=360$（円）　····1 割引きの売値

となり，このとき 60 円の利益が出ますから，原価は，

　$360-60=300$（円）

です。

(2) 兄と弟の速さの比は，

　$1.2:1=6:5$

です。2 人が出会うまでに，兄は家から公園までの道のりの$\frac{1}{2}$より 80m多く進み，弟は家から公園までの道のりの$\frac{1}{2}$より 80m少なく進みました（兄のほうが速いので，兄のほうが多く進みます）から，兄と弟の進んだ道のりの差は（$80\times2=$）160（m）です。

兄と弟が出会うまでに進んだ道のりの比は速さの比と同じですから 6：5 となり，この比の（$6-5=$）1 が 160（m），また，家から公園までは比の（$6+5=$）11 にあたりますから，家から公園までの道のりは

　$160\div(6-5)\times(6+5)=1760$（m）

です。

(3) 運賃がちょうど 2000 円だとすると，最初の 1km までは 420 円ですから，

　$2000-420=1580$（円）

が加算額の合計となります。230m 走るごとに 80 円加算されますから，

　$1580\div80=19$ あまり 60

より，19 回の加算額で走ることのできる距離をこえたとわかります。したがって，

　1（km）$+0.23$（km）$\times19=5.37$（km）

が求める答えです。

(4) ある整数を 25 で割ったとき，考えられるあまりは 1 から 24 です。商とあまりが同じなので，ある整数を□とすれば，

　□$\div25=1$ あまり 1

　□$\div25=2$ あまり 2

　□$\div25=3$ あまり 3

　　　　　：

　□$\div25=24$ あまり 24

となります。求める□は，このような整数のうち最も大きい数ですから，

□÷25＝24 あまり 24

より，

□＝25×24＋24＝624

です。

(5) ポンプ 1 台が 1 分間にくみ出す水の量を①とすると，ポンプ 2 台が 20 分間でくみだす水の量と，ポンプ 6 台が 6 分でくみだす水の量はそれぞれ，

①×2×20＝㊵　‥‥ポンプ 2 台が 20 分間でくみだす水の量

①×6×6＝㊱　‥‥ポンプ 6 台が 6 分間でくみだす水の量

となります。この（㊵－㊱＝）④の差が（20－6＝）14（分間）に流入する水の量です。毎分 2L の割合で水が流入しているので，

2×14＝28（L）　‥‥14 分間に流入する水の量

より，この 28（L）が④にあたります。①にあたる量，つまりポンプ 1 台が 1 分間にくみ出す水の量は，

28÷4＝7（L）‥‥①にあたる量（ポンプ 1 台が 1 分間にくみ出す水の量）

とわかります。

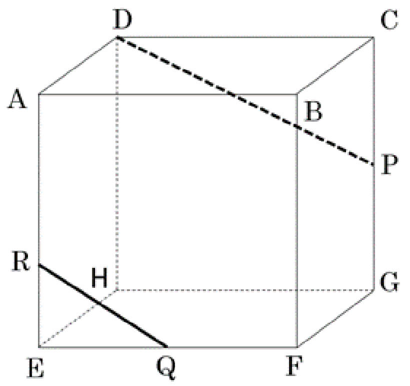
（ポンプでくみ出した水の量）＝（水そうの満水量）＋（流入した水の量）より，

（水そうの満水量）＝（ポンプでくみ出した水の量）－（流入した水の量）

＝7（L）×2（台）×20（分間）－2（L）×20（分間）＝240（L）

となります。

(6) まず DP は切り口の辺になります（DP は面 DHGC 上にあるので，切り口の辺になります。DQ，PQ は立方体の面上にないので，切り口の辺としてはありえません）。残りの切り口の辺は「平行な面にある切り口の図形の辺は，必ず平行になる」ことを利用します。Q から PD に平行な線をかき，AE との交点を R とします。DP と RQ は平行ですから，三角形 DPC と三角形 QRE が相似となり，相似比は，



DC：QE＝6：3＝2：1

ですから，ER の長さを□とすると，

CP：ER＝2：1＝3：□

□＝1×3÷2＝1.5（cm）

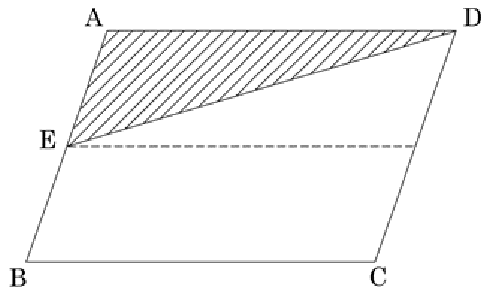
です。

(7) 三角形 AED と三角形 EFG がそれぞれ平行四辺形 ABCD のどれくらいにあたるかを考え，比を求めていきます。

三角形 AED は，図より，

平行四辺形 ABCD$\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$＝平行四辺形 ABCD$\times\frac{1}{4}$

です。



次に，

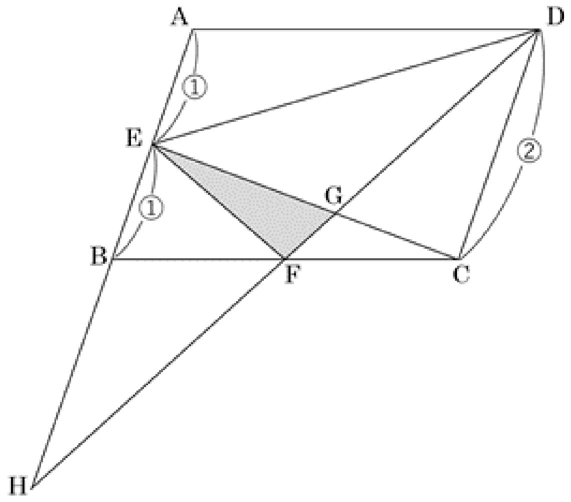
三角形 EFG

＝三角形 EFC$\times\frac{\mathrm{EG}}{\mathrm{EC}}$

＝三角形 EBC$\times\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{EG}}{\mathrm{EC}}$

＝（平行四辺形 ABCD$\times\frac{1}{4}$）$\times\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{EG}}{\mathrm{EC}}$

ですから，EG : GC がわかれば，三角形 EFG の面積もわかります。EG : GC がそのまま相似比となるような相似な三角形を作るため，AB の延長と DF の延長が交わる点を H として三角形 EHG と三角形 CDG の相似比を求めていきます。



三角形 BHF と三角形 CDF は相似で，相似比は BF : CF＝1 : 1 です。したがって，AE＝EB＝①，CD＝②とすれば，

BH＝CD＝②

です。よって，三角形 EHG と三角形 CDG の相似比は，

EH : CD＝（①＋②）: ②＝③ : ②

となり，

EG : GC＝3 : 2

です。したがって，三角形 EFG は，

三角形 EFG

＝三角形 EFC×$\dfrac{\mathrm{EG}}{\mathrm{EC}}$

＝（三角形 EBC×$\dfrac{1}{2}$）×$\dfrac{3}{3+2}$

＝（平行四辺形 ABCD×$\dfrac{1}{4}$）×$\dfrac{1}{2}$×$\dfrac{3}{5}$

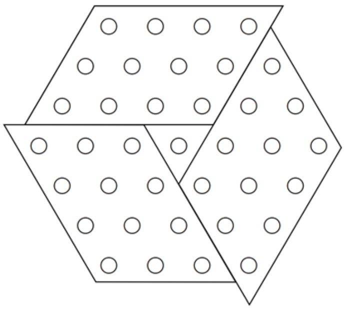
＝平行四辺形 ABCD×$\dfrac{3}{40}$

となり，

三角形 AED : 三角形 EFG＝$\dfrac{1}{4}$: $\dfrac{3}{40}$＝10 : 3

です。

(8) いちばん外側の 1 辺に 4 個のご石を並べたときを例にして考えてみます。

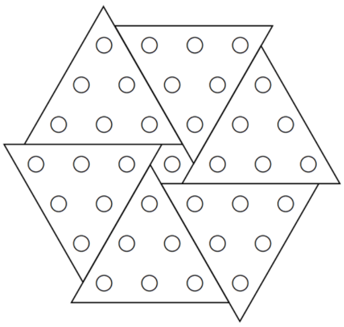


図のようにご石を分けると，1 つの平行四辺形にふくまれるご石の数は 4×(4－1)ですから，3 つの平行四辺形とまん中のご石の合計は，(4×3)×3＋1 で求めることができます。同じように，いちばん外側の 1 列に 10 個のご石を並べたときは，

(10×9)×3＋1＝271（個）

となります。

＜別解＞



図のようにご石を分けると，1 つの三角形にふくまれるご石の数は 3＋2＋1 ですから，6 つの三角形とまん中の石のご石の合計は (3＋2＋1) ×6＋1 で求めることができます。同じように，いちばん外側の 1 列に 10 個のご石を並べたときは，

(9＋8＋‥‥＋2＋1)×6＋1＝{(9＋1)×9÷2}×6＋1＝271（個）

です。

3

(1) 36 を素因数分解して考えます。

36＝2×2×3×3

ですから，分子が 2 または 3 の倍数のときは約分することができ既約分数（これ以上約分できない分数）になりません。

$\frac{36}{36}$ は約分できるので，分子を 1 から 36 までとしても既約分数の個数は同じです（計算がしやすくなります)。

36÷2＝18（個）　‥‥2 の倍数の個数

36÷3＝12（個）　‥‥3 の倍数の個数

36÷6＝6（個）　‥‥6 の倍数の個数

したがって，1 から 36 までで 2 または 3 の倍数は，

18＋12－6＝24（個）

ですから，約分できない分数の個数は，

36－24＝12（個）

です。

(2) 約分して分子が 1 になるのは，分子が分母の 36 の約数のときです。36 を素因数分解すると，

36＝2×2×3×3

で，2 が 2 個，3 が 2 個ですから，約数の個数は，

(2＋1)×(2＋1)＝9（個）

です。この 9 個の約数は 1 と 36 もふくみますから，求める答えは，

9－2＝7（個）

となります。

$\boxed{4}$

(1) わかりやすく表にしてみます。

	男	女
ペットを飼っている	96	105
ペットを飼っていない	⑦	⑤
計	$\boxed{12}$	$\boxed{11}$

表より，

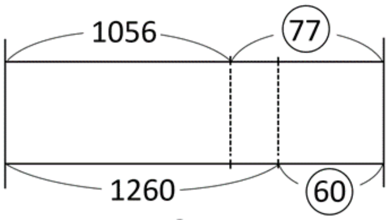
(96＋⑦)：(105＋⑤)＝12：11

です。これより，

(96＋⑦)×11＝(105＋⑤)×12

1056＋(77)＝1260＋(60)

この式は，下の線分図のように表すことができます。



ここから，

(77)－(60)＝1260－1056

(17)＝204

①＝12

したがって，ペットを飼っていない男子生徒の数は，

⑦＝12×7＝84（人）

です。

（2）男子生徒は全部で，

96＋84＝180（人）

です。男子生徒と女子生徒は 12：11 ですから，中学校の生徒数は

180÷12×(12＋11)＝345（人）

です。

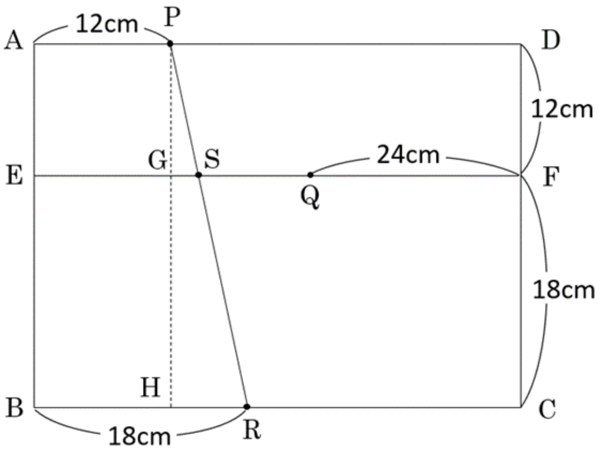
5

（1）6 秒間で，3 点 P，Q，R が進む長さは，

P：2×6＝12（cm）

Q：4×6＝24（cm）

R：3×6＝18（cm）



また，P から BC に垂線をおろし，その垂線と EF が交わる点を G，垂線と BC が交わる点を H とします。このとき三角形 PGS と三角形 PHR は相似で，相似比は高さの比と同じで 12：（12＋18）＝2：5 ですから，GS：HR も 2：5 となります。

ここで HR＝18－12＝6（cm）ですから，

$$GS=6\times\frac{2}{5}=2.4\text{（cm）}$$

$$ES=12+2.4=14.4\text{（cm）}$$

となり，SQ の長さは，

$$48-(14.4+24)=9.6\text{（cm）}$$

です。

(2)（1)の図より，P，Q が一定の速さで動くことで S も一定の速さで進むことがわかります。よって，EF 上で S と Q が重なったとき，3 点 P，Q，R が一直線上に並びますから，S と Q の出会いの旅人算として考えます。(1）より，S は 6 秒間で 14.4cm 進みますから，S の速さは毎秒（14.4÷6＝）2.4（cm）とわかります。したがって，S と Q が出会うのは，

$$48\div(2.4+4)=48\div6.4=7.5\text{（秒後）}$$

です。

$\boxed{6}$

(1）三郎君と太郎君が出会うまでにかかった時間と，三郎君と次郎君が出会うまでにかかった時間の比は

$$\frac{1}{6+4}:\frac{1}{5+4}=9:10$$

です。この 9 と 10 の差にあたる 1 が 4 分ですから，三郎君が太郎君と出会うまでにかかった時間は，

4×9＝36（分）

です。また，太郎君と三郎君の速さの比は 6：4＝3：2 ですから，2 人が出会うまでに進んだ道のりの比も 3：2 です。三郎君は 2 を進む（太郎君と出会う）のに 36 分かかったので，A 町から B 町まで進むのにかかる時間は，

36÷2×5＝90（分）

です。

(2) 三郎君は B 町から A 町まで速さ 4 で 90 分かかりますから，A 町から B 町までの道のりを（4×90＝）360 とします。次郎君と三郎君が出会うのは

360÷(5＋4)＝40（分後）

で，太郎君が B 町に着くのは，

360÷6＝60（分後）

です。次郎君は B 町まであと（360－5×40＝）160 のところにいますから，あと（60－40＝）20 分で B 町に着くためには，

160÷20＝8

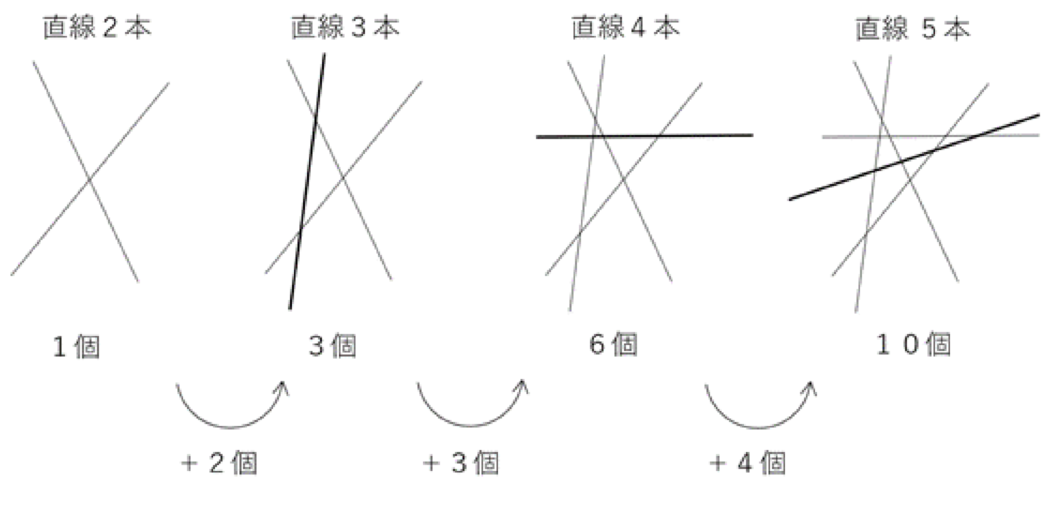
より，速さ 8 で進まなくてはならないので，

8÷5＝1.6（倍）

が求める答えです。

7

(1) 規則がみつかるまで，自分で図をかいてみます。



交わった数は，1 個からはじまって＋2 個，＋3 個‥‥と増えていきますから，求める答えは，

$1+(2+3+4+5)=15$（個）です。

（2）$1+(2+3+\cdots\cdots+\square)=66$

となる□を考えます。1，2，3，‥‥，□は等差数列ですから，等差数列の和の公式を用いると，

$(1+\square)\times\square\div 2=66$

$(1+\square)\times\square=132$

このような□を探してみると, $12\times 11=132$ が成り立ちますから $\square=11$ とわかります。前の図とくらべて直線の交わった点が 11 個増えたとき，直線の本数は 12 本です。

＜別解＞

直線 2 本につき交わる点は 1 個あり, その交わる点どうしは重なることはありません。ですから，直線 N 本の交わる点を求めるには，N 本から 2 本を選ぶ選び方が何通りあるか, で求めることができます (N チームの総当たりの試合数を求める問題と同じ考え方です)。

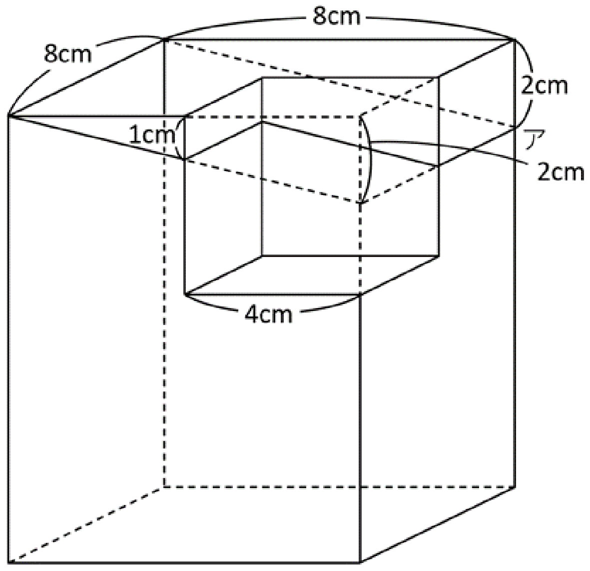
N 本から 2 本を選ぶ選び方は $\dfrac{N\times(N-1)}{2}$ で求められますので，これを利用すると

（1）$\dfrac{6\times 5}{2}=15$（個）

（2）$\dfrac{N\times(N-1)}{2}=66$ より $N\times(N-1)=132$ となり，12（本）

$\boxed{8}$

（1）容器をかたむけたときの水面を，立方体の切断面を求める問題と同じように考えると次のようになります。

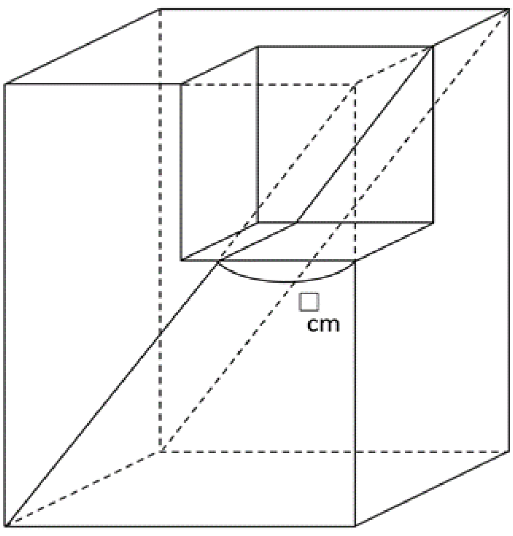


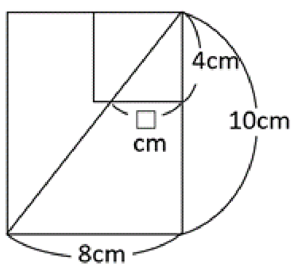
立方体の部分がとりのぞかれていないものとして計算した体積（三角柱）から，立方体の部分（底面が台形の四角柱）の体積を引くと，

$(2\times8\times\frac{1}{2})\times8-\{(2+1)\times4\times\frac{1}{2}\}\times4=64-24=40$（㎤）

が求める答えです。

（2）容器をかたむけたときの水面を（1）と同じように書くと次のようになります。





立方体の部分が取り除かれていないものとすると，こぼれた水の量は,

$(8\times 10\times \frac{1}{2})\times 8=320$（㎤）

です。次に立方体の部分について考えます。図の□の長さは三角形の相似を利用すると,

4：10＝□：8

□＝3.2（cm）

となりますから，立方体の部分があるとした場合，立方体の部分からこぼれた水の量は,

$4\times 4\times 4-(3.2\times 4\times \frac{1}{2})\times 4=38.4$（㎤）

です。したがって，求める答えは,

320－38.4＝281.6（㎤）

です。

9

（1）C の容器の食塩水 100g は予定通りですから，間違えて加えた食塩水の量の違いに注目します。

予定 : (A の容器の食塩水 30g　＋　B の容器の食塩水 30g) ＋A の容器の食塩水 40g

実際 : (A の容器の食塩水 30g　＋　B の容器の食塩水 30g) ＋B の容器の食塩水 40g

このように考えると，できあがった食塩水の濃さに 1%の差が生じたのは，A の食塩水 40g に含まれる食塩の量と B の食塩水 40g にふくまれる食塩の量の差によるものだと考えられます。

できあがった食塩水の重さは,

30＋70＋100＝200（g）

ですから，200g の食塩水の 1%分の食塩の量は,

$200\times \frac{1}{100}=2$（g）

です。予定よりもできあがった食塩水の濃さが濃くなったことから，B の食塩水 40g にふくまれる食塩の量は A の食塩水 40g にふくまれる食塩の量より 2g 多かったと考えられます。A の食塩水の濃さは 12%ですから,

$40\times \frac{12}{100}=4.8$（g）　‥‥A の食塩水 40g にふくまれる食塩の重さ

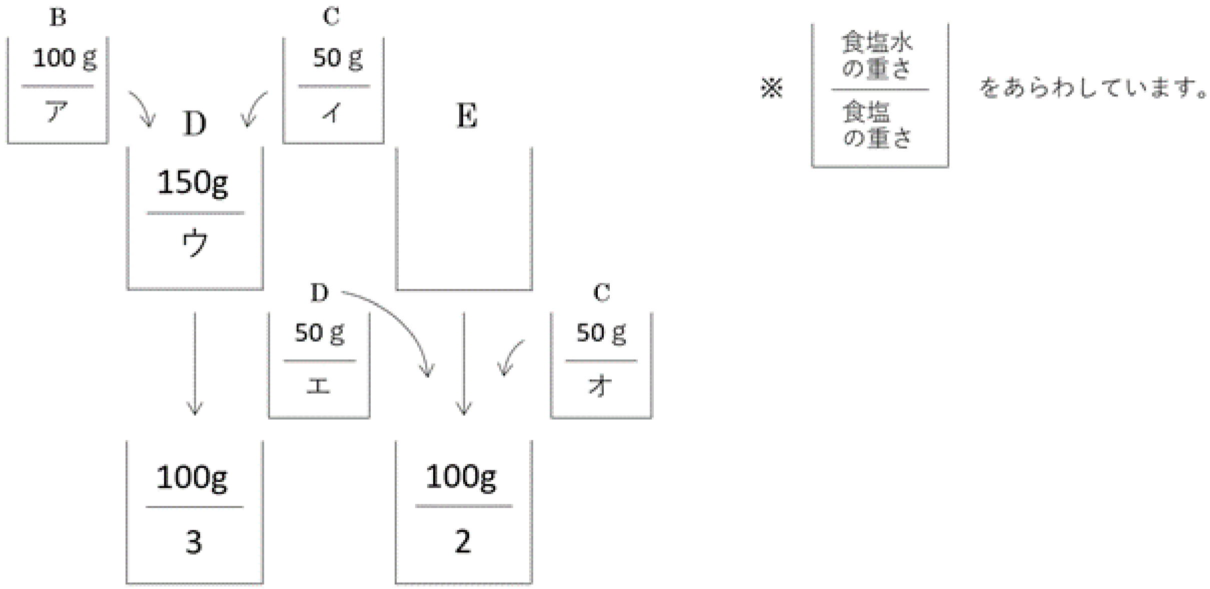
4.8＋2＝6.8（g）　‥‥B の食塩水 40g にふくまれる食塩の重さ

したがって，B の容器の食塩水の濃さは,

$\frac{6.8}{40}$ ×100＝17（%）

となります。

(2) 容器D，Eに入っている食塩水はどちらも100gです。容器D，Eの食塩水にふくまれている食塩の重さをそれぞれ3，2とします。



まず容器C，容器Dからそれぞれ50 gずつを容器Eにうつしたときについて考えます。
容器Dには食塩水が150g入っていて, そのうちの50gを容器Eにうつしましたから,
容器Dに入っている食塩水のうち$\frac{50}{150}=\frac{1}{3}$を容器Eにうつしたことになります。したがって，食塩水にふくまれている食塩も同じように$\frac{1}{3}$が容器Eに入ったことになりますから，容器Eにうつす前に容器Dに入っていた食塩水にふくまれる食塩の重さは,

$3\div(1-\frac{1}{3})=4.5$　‥‥ウ

となり，容器Dから容器Eにうつした食塩水にふくまれる食塩の重さは,

4.5－3＝1.5　‥‥エ

です。なので，容器Eに入れた容器Cの食塩水50gに含まれる食塩の重さは,

2－1.5＝0.5　‥‥オ

とわかります。

ここで，最初に容器 C から容器 D に入れた食塩水も 50g ですから，この食塩水にふくまれる食塩の重さも 0.5（イ）です。よって，容器 B から容器 D に入れた食塩水 100g にふくまれる食塩の重さは，

$4.5-0.5=4$ ‥‥ア

とわかります。容器 B の食塩水の濃さは（1）より 17%ですから，

$100\times\frac{17}{100}=17$（g） ‥‥容器 B の食塩水 100 g にふくまれる食塩の重さ

この 17 g が比の 4 にあたりますから，容器 C の食塩水 50g にふくまれる食塩の重さは，

$17\div4\times0.5=2.125$（g）

となり，濃さは，

$\frac{2.125}{50}\times100=4.25$（%）

となります。