6月度　マンスリーテスト

予想問題

6年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 37　　(2) 3.3　　(3) 79

2　(1) 16（人）　　(2) 1600（円）　　(3) 4（枚）　　(4) 8（個）

(5) 37（個）　　(6) 11：7　　(7) 38（票）　　(8) 120（通り）

3　(1) 4（分）30（秒後）　(2) 20（個）　　(3) 42（個）　　(4) 30（㎠）

4　(1) 81003（個）　　(2) 52（段目）　　(3) 43（段目）

5　(1) 8（通り）　　(2) 32（通り）　　(3) 125（通り）

6　ア 8　　イ 14　　ウ 21　　エ 33　　オ 44

7　(1) 50（秒後）　　(2) 1（分）50（秒後）

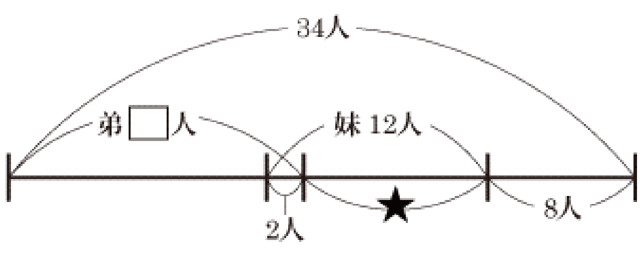
配　点

6 ア～ウ各 2 点 エ・オ各 3 点　ほか各 6 点

解　説

2　小問集合（文章題）

(1) 下のような線分図で考えます。



図の★部の人数は 12－2＝10（人）ですから，求める人数は 34－(8＋10)＝16（人）です。

⑵ 原価を①とすると，定価は①×(1＋0.3)＝1.3，売り値は1.3×(1－0.25)

＝0.975です。損失の40円は①－0.975＝0.025にあたりますから，求める原価は40÷0.025＝1600（円）です。

⑶ 250枚すべてを割らずに運べた場合にもらえる金額は30×250＝7500（円）ですが，実際にもらえた金額はそれよりも7500－6820＝680(円)少なかったことになります。お皿1枚が「30円もらえる」から「140円払う」に置きかわると，もらえる金額は30＋140＝170（円）少なくなりますから，割ってしまった枚数は680÷170＝4（枚）です。

⑷ 和が8になるカードの組み合わせは，2枚の場合は（4，4）のみですから，並べ方は1通り，3枚の場合の組み合わせは（2，2，4）と（2，3，3）があり，並べ方はどちらも1つだけ異なる数をどの位に置くかの3通りずつ, 4枚の場合の組み合わせは(2，2，2，2）のみですから，並べ方は1通り，5枚以上ではありません。よって全部で1＋3×2＋1＝8（個）つくることができます。

⑸ かけられた10の数だけ一の位から0が続きます。10＝2×5ですから，1から150までに含まれる，素因数の2と5のペアの数を調べますが，ペアの数は個数の少ない方の5の数と同数になりますから，1から150までの数に素因数として含まれる5の個数を数えます。1から150までには5の倍数が150÷5＝30（個），5×5である（5を2個含む）25の倍数が，150÷25＝6（個），5×5×5である（5を3個含む）125の倍数が150÷125＝1余り25より，1個ありますから，積には0が一の位から連続して30＋6＋1＝37（個）並びます。

⑹ 池の周りで反対方向に進んだ2人が出会うのは，2人が進んだ距離の和が池1周の距離と等しいときであり，同じ方向に進んだ相手を追いこすのは，2人が進んだ距離の差が池1周の距離と等しいときです。「池1周の距離」が共通していることを利用し，姉と妹の和と差について，次のような比の表に整理します。「距離÷時間＝速さ」の関係より，距離が等しい場合，時間の比と速さの比は逆比になります。

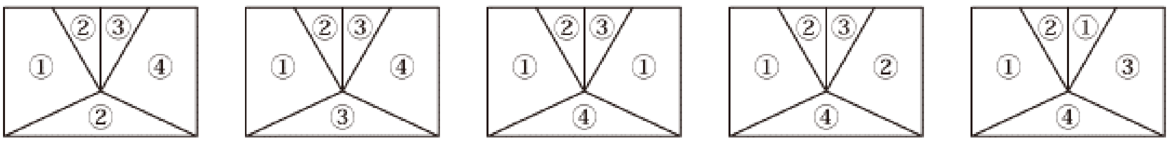
	姉＋妹		姉－妹
距離	１周	：	１周
時間	~~8分~~	：	~~36分~~
	2	：	9
速さ	⑨	：	②

速さの和が⑨，差が②ですから，和差算により姉の速さは（⑨＋②）÷2＝ 5.5 ，

妹の速さは 5.5 －②＝ 3.5 です。よって速さの比は 5.5 ： 3.5 ＝11：7です。

(7) B が当選するうえで最も厳しい展開を想定し，それでも勝てる票数があれば確実に当選する，と考えます。B にとって最も厳しいのは，最大のライバルである A と投票日当日の票のすべてを分け合う展開です（C や D に票が流れるほど A の票数が増えませんので，B にとっては勝ちやすくなります)。すでに A と B に入っている 10＋5＝15（票）に，残りの 87－18＝69（票）のすべてを加えた 15＋69＝84（票）を A と B だけで分け合うとすると，84÷2＝42（票）となりますが，同数では当選確実と言えません。勝つには 42＋1＝43（票）以上が必要です。ここからすでに獲得している票数を引きますから，43－5＝38（票）以上が当選確実のために必要な票数です。

(8) 1 色目から 4 色目を①から④の数字で表すとすると，ぬり分け方には下の 5 つの場合があります。

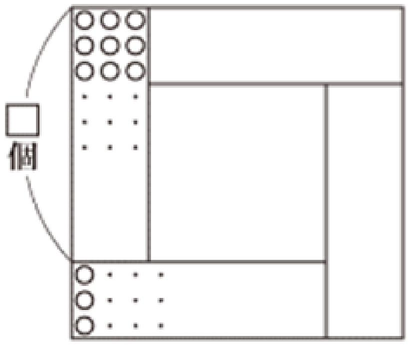


①から④に実際に赤，青，黄，緑のどの色をあてはめるのかについては，それぞれの場合で 4×3×2×1＝24（通り）ずつありますから，全部で 24×5＝120（通り）です。

$\boxed{3}$ 小問集合（グラフ・図形）

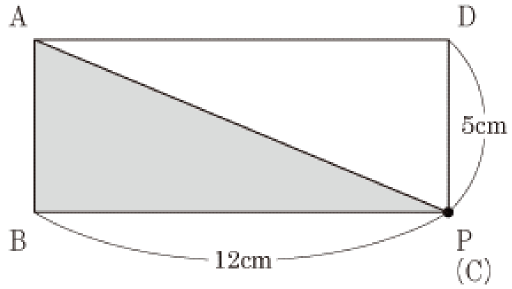
(1) A 管からは毎分 75÷15＝5（L/分）の水が入り，A 管と B 管を合わせると毎分(270－75)÷(18－15)＝65（L/分）の水が入りますから，B 管からは毎分，65－5＝60（L/分）の水が入ります。よって B 管だけを使うと，水そうが満水になるのは 270÷60＝4.5（分）より，4 分 30 秒後です。

(2) 下の図のように，同じ個数の 4 つの長方形のブロックに分けて考えます。長方形のブロック 1 つあたりのおはじきの個数は 204÷4＝51（個）ですから，図の□の個数は 51÷3＝17（個）です。よって外側の 1 辺に並ぶおはじきの個数は，17＋3＝20（個）です。



(3) 8 個の点から 3 個の点を選ぶ組み合わせは $\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}$ ＝56 通りありますが，3 点が一直線上に並んだ場合には三角形ができません。3 点が一直線上に並ぶ組み合わせは，直線 ℓ 上では 5 個の点から 3 個の点を選ぶ組み合わせの数だけありますから，$\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}$ ＝10（通り）あり，直線 m 上では 4 個の点から 3 個の点を選ぶ組み合わせの数だけありますから，選ばれない 1 点を考えれば 4 通りあります。よって三角形は全部で 56－(10＋4)＝42（個）できます。

(4) グラフより点 P は辺 BC 上を 6 秒で進んでいますから，BC の長さは 2×6＝12（cm）です。また，点 P は辺 CD 上を 8.5－6＝2.5（秒）かけて進んでいますから，CD の長さは 2×2.5＝5（cm）です。よって三角形 ABP の面積の最大値は次の図より，12×5÷2＝30（㎠）です。



4 規則性

(1) 1＋2＋3＋…と 402 までの数を加えたときの合計ですから，(1＋402)×402÷2＝81003（個）です。

(2) 1 から順にいくつまで加えると 1378 になるかを求めます。ためしに 1 から 50 までの数の合計を求めると(1＋50)×50÷2＝1275 ですから，この後をひとつずつ調べます。(1＋51)×51÷2＝1326，(1＋52)×52÷2＝1378 より，52 段目です。

(3) $26\frac{9}{13}=\frac{347}{13}$ ですから，「残ったご石の個数÷残った段の数」にあたる式が 347÷13 だったとすると，並べた段数は 13＋1＝14（段），抜き取る前のご石の個数は(1＋14)×14÷2＝105（個）となり，「残ったご石の個数」である 347 個よりも少ないため，つじつまがあいません。よって$\frac{347}{13}$ は約分された分数であり，「残ったご石の個数」は 347 の倍数，「残った段の数」は 13 の倍数であることがわかります。

$\frac{347\times2}{13\times2}=\frac{694}{26}$ の場合では，並べた段数は 26＋1＝27（段），抜き取る前のご石の個数は(1＋27)×27÷2＝378（個）で，やはり残った 694 個よりも少なくなります。

$\frac{347\times3}{13\times3}=\frac{1041}{39}$ の場合では，並べた段数は 39＋1＝40（段），抜き取る前のご石の個数は(1＋40)×40÷2＝820（個）で，これも残った 1041 個よりも少なくなります。

$\frac{347\times4}{13\times4}=\frac{1388}{52}$ のとき，並べた段数は 52＋1＝53（段），抜き取る前のご石の個数は(1＋53)×53÷2＝1431（個）で，残った個数の 1388 個を越えます。抜き取った個数は 1431－1388＝43（個）ですから 43 段のご石であり，並べた 53 段以内に収まっていることからも条件に合います。よって抜き取ったのは 43 段目です。

5　場合の数

(1) 合計が 1 になる目の出方は「1」の 1 通り，合計が 2 の目の出方は「2」と「1＋1」の 2 通り，合計が 3 の目の出方は問題文の例より 4 通りあります。ここまでを下のような表にまとめます。

＋「3」
＋「2」
＋「1」

目の数の合計	1	2	3	4
目の出方(通り)	1	2	4	□

合計が 4 になるのは，合計が 1 の 1 通りのところに「3」の目が加わるか，合計が 2 の 2 通りのところに「2」の目が加わるか，合計が 3 の 4 通りのところに「1」の目が加わるか，一度で「4」の目が出る 1 通りかのいずれかです。よって 1＋2＋4＋1＝8（通り）です。

(2) (1)と同様に下の表で考えます。

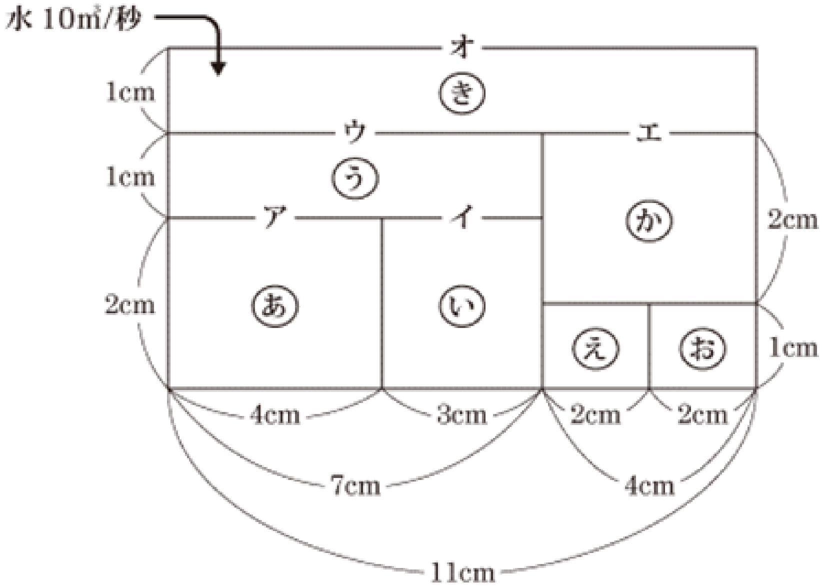
目の数の合計	1	2	3	4	5	6
目の出方(通り)	1	2	4	8	□	□

合計が 5 になるのは，合計が 1 から 4 までのところにそれぞれ「4」,「3」,「2」,「1」の目が加わるか, 一度で「5」の目が出るかのいずれかですから 1＋2＋4＋8＋1＝16（通り），合計が 6 になるのは合計が 1 から 5 までのところにそれぞれ「5」,「4」,「3」,「2」,「1」の目が加わるか，一度で「6」の目が出るかのいずれかですから 1＋2＋4＋8＋16＋1＝32（通り）です。

(3) 合計が 7 になるのは，合計が 1 から 6 までのところにそれぞれ「6」,「5」,「4」,「3」,「2」,「1」の目が加わる場合のみで，「7」の目はありませんので，1＋2＋4＋8＋16＋32＝63（通り）です。合計が 8 になるのは，合計が 2 から 7 までのところ（「7」の目がないため合計が 1 のところからは届きません）にそれぞれ「6」,「5」,「4」,「3」,「2」,「1」の目が加わる場合ですから，2＋4＋8＋16＋32＋63＝125（通り）です。

6 水量グラフ

下のような図に整理します。下の図のア～オの線まで水が入るのにかかる時間が，それぞれ，問題のグラフのア～オの目盛りの数値にあたります。底面の横の長さの和やしきり板の高さより明らかな長さは記入し，水が入る順番に各部分にあ～きまでの名を付けます。



あ～きまでの部分について，次のような比の表に整理します。底面のたての長さはどこも 10cm で一定ですから,横の長さの比がそのまま底面積の比となります。底面積の比と高さの比をかけ合わせることで，体積の比を求められます。

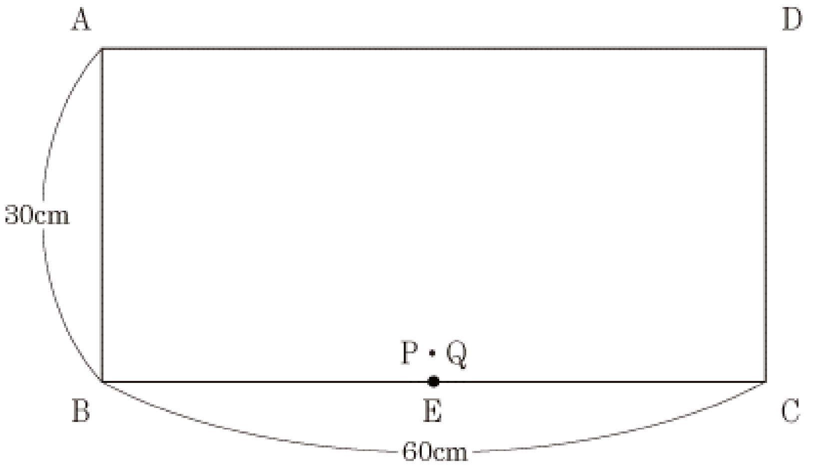
	あ		い		う		え		お		か		き
底面積	4	：	3	：	7	：	2	：	2	：	4	：	11
高さ	2	：	2	：	1	：	1	：	1	：	2	：	1
体積 ‖ 時間	⑧	：	⑥	：	⑦	：	②	：	②	：	⑧	：	⑪

水は毎秒 10 ㎤ずつ，一定の割合で入れたのですから，体積の比はそのまま各部分を水で満たすのにかかる時間の比になります。あの部分を水で満たすのにかかる時間は 10×4×2÷10＝8 秒で，これが⑧にあたりますから，①＝1 秒です。よってア～オにあてはまる数は，下のようになります。

ア　<u>8</u>
イ　8＋6＝<u>14</u>
ウ　14＋7＝<u>21</u>
エ　21＋2＋2＋8＝<u>33</u>
オ　33＋11＝<u>44</u>

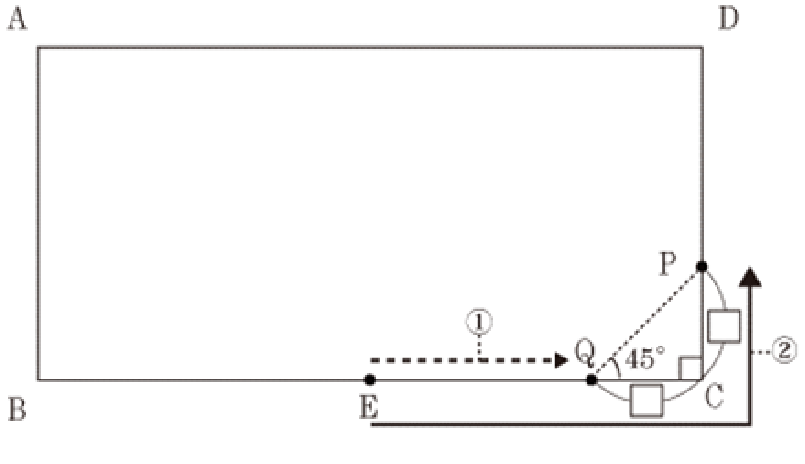
$\boxed{7}$ 点の移動

(1) 出発した直後は点 Q の方が点 P よりも東側にいますから，点 P が点 Q の北東に位置するのは，点 P が点 Q を追いこした後のことです。したがってまず追いこしの時間を求めます。出発時に点 P は点 Q の 30cm 後ろにいると考えられますから，追いこすのは 30÷(2－1)＝30（秒後）です。次の（図 1）は出発して 30 秒後のようすを表しています。このとき点 P，Q のいる位置を E とすると，BE の長さは 1×30＝30（cm）ですから，EC の長さも 60－30＝30（cm）です。



（図 1）

（図 1）の後，点 P が点 Q よりも前に進み，下の（図 2）のような位置関係になったとき，点 Q からみて点 P が北東になります。



（図 2）

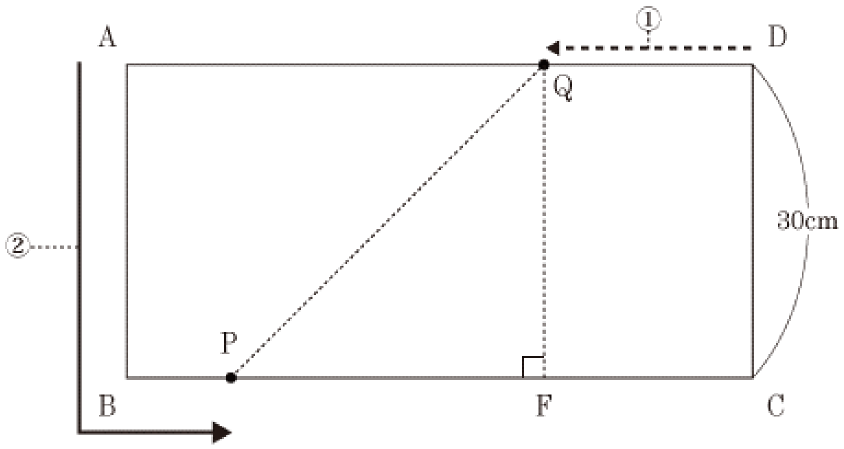
点 P と点 Q が同じ時間で進む長さの比は 2 : 1 ですから，（図 2）の EQ の長さを①とすると，EC＋CP の長さが②となります。また，三角形 CPQ は直角二等辺三角形ですから，CP＝CQ＝□とすると，□の長さは（②－①）÷2＝ 0.5 にあたります。

30cm の EC の長さは①＋0.5＝1.5にあたりますから，①の EQ の長さは 30÷1.5＝20（cm）です。よって（図 2）は（図 1）の 20÷1＝20（秒後）ですから，出発してから 30＋20＝50（秒後）です。

(2) (1)の（図 2）の後，点 P は点 Q をさらに引き離し，はじめに出発してから(30＋60＋30＋60)÷2＝90（秒後）に 1 周して A に戻ります。このとき点 Q は B から 1×90＝90（cm）進んでいますから，90 秒後の 2 点のようすは下の（図 3）のようになっています。

（図３）

(1)の（図 2）から上の（図 3）までの間に，点 Q が点 P の北東に位置することはありません。したがって考えられるのは次の（図 4）のようなときです。



（図4）

（図3）から（図4）までの間に点Pと点Qが進んだ長さの比は2：1ですから，DQの長さを①とすると，AB＋BPの長さが②となります。点QからBCに垂直な補助線を引き，BCとの交点をFとすると，三角形FPQは直角二等辺三角形ですから，QF＝PF＝30cmです。FCの長さはDQと等しく①ですから，AB＋BC＝②＋30＋①＝30＋60＝90（cm）ということになり，③＝60cmであることがわかります。（図3）から（図4）までに点Qが進んだ①の長さは60÷3＝20（cm）ですから，（図4）は（図3）の20÷1＝20（秒後）です。よって出発してから90＋20＝110（秒後）＝1（分）50（秒後）です。