夏期講習マンスリー実力テスト

予想問題

6 年
算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

$\boxed{1}$ (1) 5　　(2) $\frac{7}{10}$　　(3) 4

$\boxed{2}$ (1) 163（度）　　(2) 12.8（%）　　(3) 2（人以上）15（人以下）

(4) 600（ページ）　　(5) 15（通り）　　(6) 9

$\boxed{3}$ (1) 52（度）　　(2) $\frac{27}{125}$（倍）　　(3) 77.04（㎠）

(4) 3094.47（㎤）　　(5) 1620（㎤）

$\boxed{4}$ (1) 3：10　　(2) 12（時間）　　(3) 5（時間）15（分）

$\boxed{5}$ (1)（毎分）250（m）　　(2)（毎分）50（m）

$\boxed{6}$ (1) 正方形 A…（毎秒）1（cm）　　正方形 B…（毎秒）2（cm）　　ア…6

(2) 4（秒後）　　(3) 26（秒間）

$\boxed{7}$ (1) 4　　(2) 5，13，17，25，29　　(3) 50

配　点

$\boxed{2}$(3)　$\boxed{7}$(2)それぞれ全部できて得点　$\boxed{6}$(1)各 2 点　ほか各 6 点

解　説

$\boxed{1}$ 計算問題

(1) $10.4 \div 3.14 + 29.1 \div 9.42 - 8.8 \div 6.28$

$= \frac{10.4}{3.14} + \frac{29.1}{3 \times 3.14} - \frac{8.8}{2 \times 3.14}$

$= (10.4 + \frac{29.1}{3} - \frac{8.8}{2}) \div 3.14$

$= (10.4 + 9.7 - 4.4) \div 3.14$

$= 15.7 \div 3.14$

$= \underline{5}$ です。

(3) 求める数を□とします。

$$\frac{□}{3}+\frac{□}{4}+\frac{□}{5}+\frac{□}{6}$$

$$=\frac{□×20+□×15+□×12+□×10}{60}$$

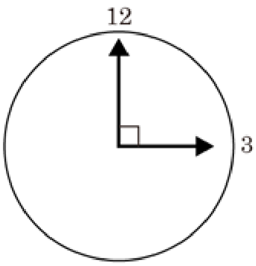
$$=\frac{□×（20+15+12+10）}{60}$$

$$=\frac{□×57}{60}$$

$3\frac{4}{5}=□×\frac{57}{60}$ ですから，$□=3\frac{4}{5}÷\frac{57}{60}=\underline{4}$ です。

$\boxed{2}$ 小問集合（文章題）

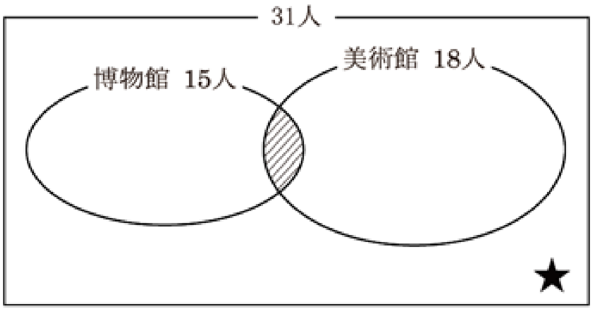
(1) 3 時台のことは 3 時を基準に考えますから，3 時の図をかきます。



3 時ちょうどのとき，図のように長針は短針の 90 度後ろにいると考えることができます。長針は短針よりも 1 分間に 6－0.5＝5.5（度）だけ多く動きますから，46 分後には 5.5×46＝253（度）多く動いています。よって長針は短針との 90 度の差を追いつき，さらに短針よりも 253－90＝<u>163（度）</u>先に進みます。163 度は 180 度よりも小さいので，このまま求める角度となります。

(2) 60g の食塩水は全体 300g の$\frac{60}{300}=\frac{1}{5}$ ですから，含まれる食塩の量も全体の$\frac{1}{5}$ です。したがって，1 回の操作により食塩の量は $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ になります。全体の重さは 300g で変わらないため，食塩の量が$\frac{4}{5}$ になれば，濃度もまた$\frac{4}{5}$ になります。よって 2 度操作をした後の食塩水の濃さは，$20×\frac{4}{5}×\frac{4}{5}=$<u>12.8（%）</u>です。

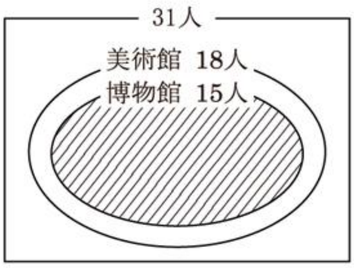
(3) 博物館にも美術館にも出かけた生徒数が最も少なくなるのは，下の（図 1）のベン図でどちらにも出かけていない★部の人数が最も少なくなる場合です。



（図 1）

★部を 0 人として斜線部の人数を求めると，15＋18－31＝2（人）ですから，博物館にも美術館にも出かけた生徒は 2 人以上と言えます。

博物館にも美術館にも出かけた生徒が最も多くなるのは，下の（図 2）のベン図のように，博物館に出かけた生徒全員が美術館にも出かけている場合です。



（図 2）

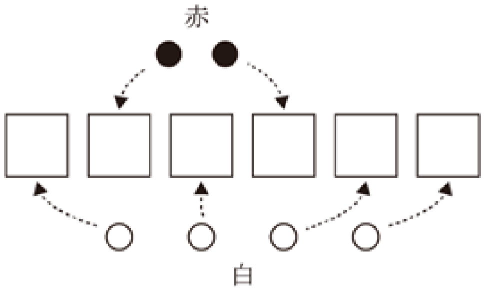
よって博物館にも美術館にも出かけた生徒は 15 人以下ですから，2 人以上 15 人以下です。

(4) 全体のページ数を①とすると，1 日目に読んだページ数は $\frac{1}{5}$，2 日目に読んだページ数は（① $-\frac{1}{5}$）$\times\frac{3}{8}+20=\frac{3}{10}+20$ で，残ったページ数が $\frac{7}{15}$ ですから，

$\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+20+\frac{7}{15}=$ ①となります。20 ページは① $-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{10}+\frac{7}{15}\right)$

$=\frac{1}{30}$ にあたりますから，全体のページ数である①は，$20\div\frac{1}{30}=$ 600（ページ）です。

(5) 下の図のように，6 つの空き枠から 2 つ選んで赤い玉を入れれば，残る 4 つの枠には自動的に白い玉が入ります。



6 つの空き枠から赤い玉を入れる 2 つの枠を選ぶ組み合わせの数だけ玉の並べ方がありますから，並べ方は全部で$\frac{6\times5}{2\times1}$ ＝<u>15（通り）</u>です。

(6) 下の（図 1）のように，イとウのマスを設けます。

12		8
	イ	15
	ア	ウ

（図 1）

12＋イ＋ウ＝8＋15＋ウですから，12＋イ＝23 より，イは 23－12＝11 です。さらに下の（図 2）のようにエのマスを設けます。

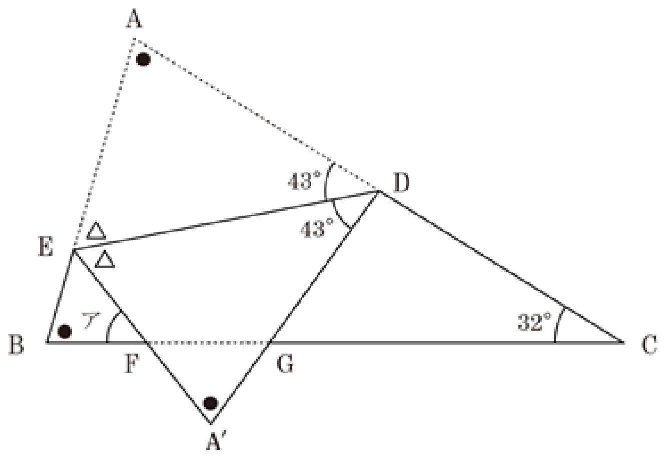
12	エ	8
	11	15
	ア	

（図 2）

12＋エ＋8＝エ＋11＋アですから，20＝11＋アより，アは 20－11＝<u>9</u> です。

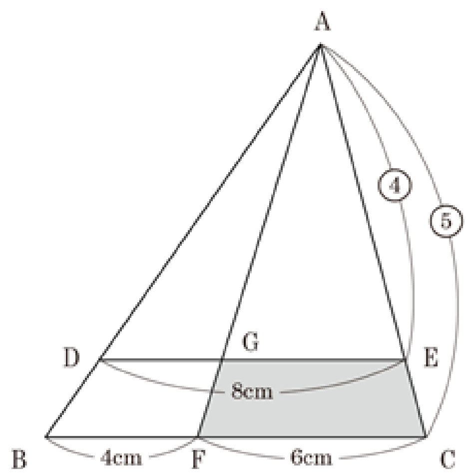
$\boxed{3}$ 小問集合（図形）

(1) 下の図で，折り返しの関係により，角 A'DE の大きさは角 ADE と等しく 43 度であり，二等辺三角形の性質，および折り返しの関係により，●印の 3 つの角の大きさは等しく，同じく折り返しの関係により，△印の 2 つの角の大きさも等しくなっています。



●印の角の大きさは(180－32)÷2＝74（度），△印の角の大きさは 180－(43＋74)＝63（度）です。三角形 EBF における外角の定理より，74＋ア＝63×2 ですから，アの角の大きさは 63×2－74＝52（度） です。

(2) 下の図で，三角形 ABC と三角形 ADE は相似であり，相似比は(4＋6)：8＝5：4 ですから，AC の長さを⑤とすると，AE の長さは④です。

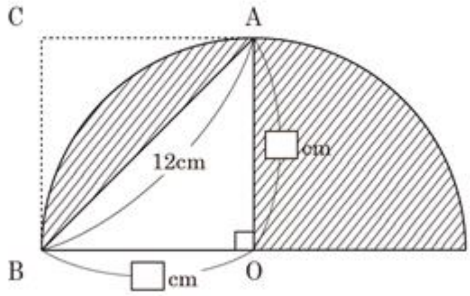


また，三角形 AFC と三角形 AGE も相似比 5：4 の相似であり，面積比は(5×5)：(4

×4)＝ △25 ： △16 ですから，四角形 GFCE の面積は △25 － △16 ＝ △9 にあ

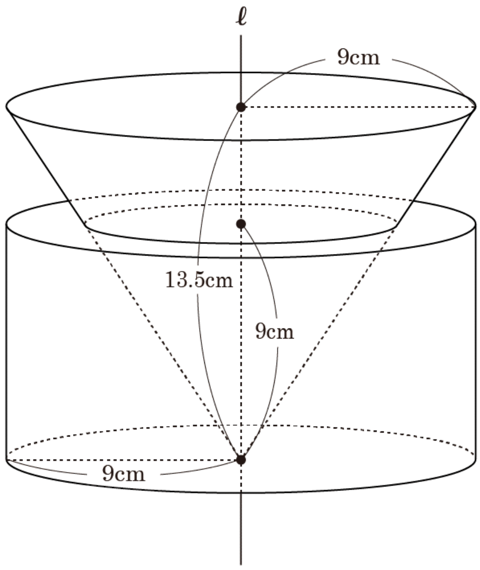
たります。よって四角形 GFCE の面積は三角形 AFC の$\frac{9}{25}$ です。三角形 AFC は三角形 ABC と高さが等しく，面積は三角形 ABC の$\frac{6}{4+6}$ ＝$\frac{3}{5}$ ですから，四角形 GFCE の面積は，三角形 ABC の$\frac{3}{5}$ ×$\frac{9}{25}$ ＝$\underline{\frac{27}{125}}$ （倍）です。

(3) 下の図のように，半円の半径を□cm とし，さらに 3 点 O，A，B を頂点とする正方形 OACB を作って考えます。



正方形 OACB の面積は 12×12÷2＝72（㎠）ですから，□×□＝72 です。よって斜線部分の面積の合計は，72×3.14×$\frac{180}{360}$ －72÷2＝<u>77.04（㎠）</u>です。

(4) できるのは下の図のような、円柱と円すい台を組み合わせた立体です。



円すいについて，全体と，円柱に埋まっている部分の相似比は 13.5 : 9＝3 : 2 で，体積比は (3×3×3) : (2×2×2) ＝27 : 8 ですから，円すい台の体積は円すい全体の，$\frac{27-8}{27}$ $=\frac{19}{27}$ です。よって求める立体の体積は，$9\times9\times3.14\times9+9\times9\times3.14\times13.5\times\frac{1}{3}\times\frac{19}{27}$ ＝(729＋256.5)×3.14＝3094.47（㎤） です。

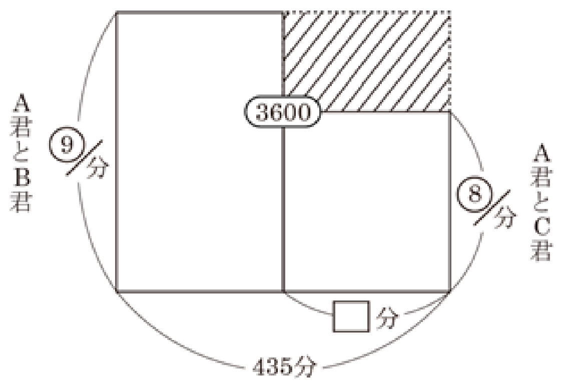
(5) 水そうを再び水平な状態に戻すと，水の深さは(25＋11)÷2＝18（cm）になりますから，深さにして 24－18＝6 (cm) 分の水がこぼれました。よってこぼれた水の体積は，18×15×6＝1620（㎤） です。

$\boxed{4}$ 仕事算

(1) A 君と B 君の 2 人ですべての仕事をするのにかかる時間は 3（時間）20（分）$\div\frac{1}{2}$ ＝ 6（時間）40（分）＝400（分），A 君と C 君の 2 人ですべての仕事をするのにかかる時間は 2（時間）30（分）$\div\frac{1}{3}$ ＝7（時間）30（分）＝450（分）ですから，全体の仕事量を 400 と 450 の最小公倍数が 3600 であることを利用して 3600 とします。A 君と B 君の 2 人による 1 分あたりの仕事量は 3600 ÷400＝⑨，A 君と C 君の 2 人による 1 分あたりの仕事量は 3600 ÷450＝⑧ですから，2＋3＝5 (時間) で⑨×120 ＋⑧×180＝ 2520 の仕事が終わっています。残った仕事の量は 3600 － 2520 ＝ 1080 ですから，全体の仕事量との比は 1080 : 3600 ＝3 : 10 です。

(2) 6 時間は 360 分ですから，C 君の 1 分あたりの仕事量は 1080 ÷360＝③，A 君の 1 分あたりの仕事量は⑧－③＝⑤です。よって A 君 1 人でこの仕事を仕上げるのにかかる時間は， 3600 ÷⑤＝720（分）＝12（時間） です。

(3) 下の面積図で表されるつるかめ算です。7時間15分は435分です。

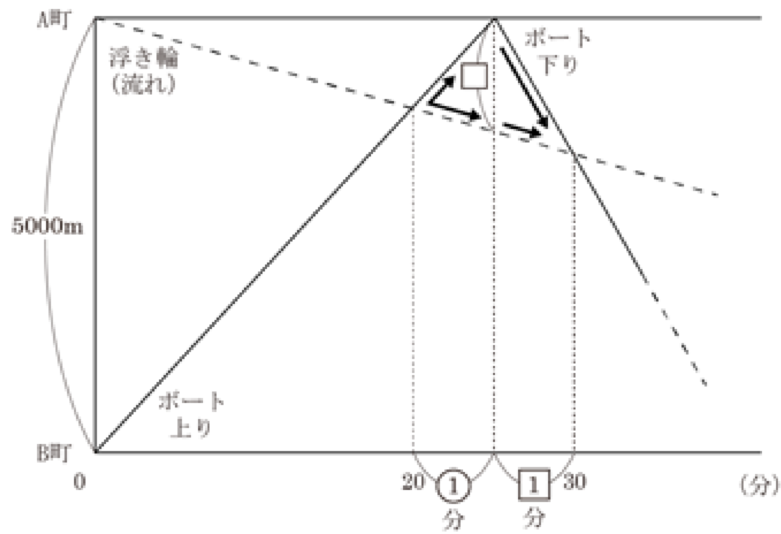


斜線部分の面積は⑨×435－ 3600 ＝ 315 ですから，A君とC君の2人で仕事をしたのは 315 ÷（⑨－⑧）＝315（分）＝5（時間）15（分）です。

5 速さ

(1) 上りのボートと浮き輪は5km，すなわち5000mの距離を向かい合って進み，20分で出会っていますから，速さの和は5000÷20＝250（m/分）です。これは流れの速さと上りの速さの合計ですから，ボートの静水時の速さそのものにあたります。よって毎分250mです。

(2) ボートと浮き輪の動きを右のようなダイヤグラムに表します。20分から30分の間の時間について，ボートが浮き輪とすれ違ってからA町に着くまでの上りの時間を①分，ボートがA町を折り返してから浮き輪を追い越すまでの下りの時間を$\boxed{1}$分とします。



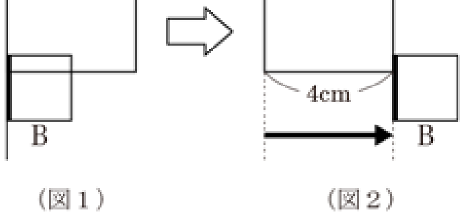
グラフ中の□の距離は，上りのボートと浮き輪が①分間で反対方向に進んで広がった距離にあたりますから，「速さの和×時間」の関係より 250×①＝(250) と表せます。

また同じ□の距離は一方で，下りのボートが$\boxed{1}$分間かけて浮き輪に追いつく際に縮めた距離でもあります。下りのボートと浮き輪の速さの差もまた毎分 250m であり（「下りの速さ－流れの速さ＝静水時の速さ」です），□の距離は「速さの差×時間」の関係より 250×$\boxed{1}$＝$\boxed{250}$ と表せます。(250) ＝ $\boxed{250}$ ですから①＝$\boxed{1}$であり，30－20＝10（分）は②にあたりますから，①は 10÷2＝5（分）です。ボートは 5000m を 20＋5＝25（分）かけて上りましたから，上りの速さは 5000÷25＝200（m/分）です。よって川の流れの速さは 250－200＝50 より、<u>毎分 50m</u> です。

$\boxed{6}$ 図形の移動

(1) 正方形 A の対称の中心の，壁との距離の最小値は 4÷2＝2（cm）ですから，グラフにおいて 2cm から 20cm の間で低い山を描いているのは正方形 A の対称の中心です。また正方形 B の対称の中心の，壁との距離の最小値は 2÷2＝1（cm）ですから，グラフにおいて 1cm から 21cm の間で高い山を描いているのが正方形 B の対称の中心です。正方形 A の対称の中心は 20－2＝18（cm）の距離を 36 秒かけて往復していますから，その速さは 18×2÷36＝<u>1（cm/秒）</u>です。正方形 B の対称の中心は 21－1＝20（cm）の距離を 20 秒かけて往復していますから，その速さは 20×2÷20＝<u>2（cm/秒）</u>です。また 36 秒から 40 秒の 4 秒間で正方形 A の対称の中心は 1×4＝4（cm）進みますから，グラフのアの値は 2＋4＝<u>6</u>（cm）です。

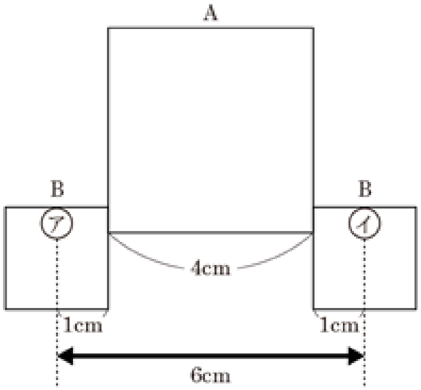
(2) 下の図で，動きはじめの（図 1）の状態から，（図 2）の状態になるまでの時間を考えます。



（図１）　（図２）

求めるのは，正方形 B の進行方向に対し最後尾の辺（図の太線）が，幅 4cm の正方形 A を追い越すのにかかる時間ですから，正方形が動き出して 4÷(2－1)＝4（秒後）です。

(3) 2 つの正方形が重なるのは，すれ違いや追い越しのときです。下の図で考えます。



2 つの正方形がすれ違うとき，正方形 A を固定して考えると正方形 B の対称の中心はアからイまでの 4＋1×2＝6（cm）を動くと考えられます。実際は正方形 A も正方形 B と向かい合う方向に動いていますから，2 つの正方形が合わせて 6cm 動けばすれ違うことができます。よってすれ違いにかかる時間は 6÷（2＋1）＝2（秒間）です。また，正方形 B が正方形 A を追い越すとき，正方形 B の対称の中心はアからイまでの 6cm だけ正方形 A よりも多く動きますから，追い越しにかかる時間は 6÷(2－1)＝6（秒間）です。グラフより，2 つの正方形のすれ違いは 6 回あり、追い越しは 3 回（動き出した直後，40 秒の後のグラフの中央付近，動き終わりの直前）ありますが，始めと終わりの追い越しは壁に近く，正方形 B が正方形 A を完全に追い抜くわけではないため，かかる時間は(2)で求めた 4 秒です（グラフに対称性があるため，始めと終わりの追い越しにかかる時間は同じです)。よって正方形が重なっている時間の合計は，2×6＋6＋4×2＝26（秒間）です。

7 数の性質

(1) 和が 65 になる平方数の組を考えます。

1×1＝1，8×8＝64，1＋64＝65
4×4＝16，7×7＝49，16＋49＝65

以外にありませんから，（a，b）の組は（1，8），（8，1），（4，7），（7，4）の 4 組です。よって［65］＝<u>4</u> です。

⑵ （a，b）の組が 2 組ということですから，（ア，イ），（イ，ア）のように，組み合わせとしてはアとイの 2 数のみ使った 1 通りしかないということです。平方数の和が 30 以下ですから，30 以下の平方数 1，4，9，16，25 から和が 30 を越えないように 2 数を組み合わせます。2 数の和が奇数となるのは偶数と奇数を 1 つずつ足し合わせた場合に限られますから，条件を満たす組み合わせは（1，4），（1，16），（4，9），（4，25），（9，16）の 5 組です。よって求める整数 A は，1＋4＝5，1＋16＝17，4＋9＝13，4＋25＝29，9＋16＝25 より，<u>5，13，17，25，29</u> です。

⑶ （a，b）の組が 3 組ということは，（ア，イ），（イ，ア）の 2 組に加え，もう 1 組，（ウ，ウ）のような同数の組があるということです。A＝ウ×ウ＋ウ×ウ＝ウ×ウ×2 となることから，求める整数 A は平方数の 2 倍（ウ×ウ×2）であり，さらにそれ以外に（ア，イ），（イ，ア）の組を含むもの，ということになります。平方数を 2 倍した数を小さいものから順に見ていくと，1×1×2＝2，2×2×2＝8，3×3×2＝18，4×4×2＝32 までは，その値が和になる（ア，イ），（イ，ア）の組がありません。A＝5×5×2＝50 のとき，

1×1＝1，7×7＝49，1＋49＝50

となりますから，（1，7），（5，5），（7、1）の 3 組より，［50］＝3 となります。よって求める整数 A で最も小さいものは，<u>50</u> です。