10 月度　マンスリーテスト

予想問題

5 年

算　数

［解答と解説］

【お知らせ】
プロ家庭教師として働くなら
鉄人会。
HP で在籍プロ家庭教師陣か
らの推薦の声、掲載中！

中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 0.5　(2) $\frac{5}{12}$　(3) 8　(4) 60（通り）

(5) $45\frac{7}{15}$　(6) 99　(7) 6.28（cm）　(8) 628（㎠）

2　(1) $1\frac{3}{32}$（倍）　(2) 20（人）　(3) 90（個）　(4) 37（g）

3　(1) 11（時）28（分）　(2)（分速）87（m）

(3) ① 8（時）25（分）　② 5940（m）

4　(1) ① 28.5（度）　② 13.5（度）　(2) 8（時）$10\frac{10}{11}$（分）

(3)（午後）3（時）$32\frac{8}{11}$（分）

5　(1) 40.192（㎠）　(2) 31.4（cm）　(3) ① 17.5（㎠）　② 27（㎠）

6　(1) 8（日）　(2) 21（日）　(3)（時速）$38\frac{2}{11}$（km）

7　(1) 5514（㎠）　(2) 5871（㎠）　(3) ア，5849.5（㎠）

配　点

各 5 点　7 (3) すべてできて得点

解　説

1　小問集合

(3) 求める数を□とし，□×□×□＝A として整理していきます。

　□×□×□×□－□×□×□
＝A×□－A
＝A×□－A×1
＝A×(□－1)
＝□×□×□×(□－1)　…★

となります。3584 を素因数分解すると，$2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times7$ で，これを★の形に整理すると，$(2\times2\times2)\times(2\times2\times2)\times(2\times2\times2)\times7=8\times8\times8\times7$ とできますから，□＝<u>8</u> です。

(4) 男子 5 人から 2 人を選ぶ方法は$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$（通り）あり，それぞれの場合について女子 4 人から 2 人を選ぶ方法が$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）ずつありますので，全部で $10\times6=$<u>60（通り）</u>あります。

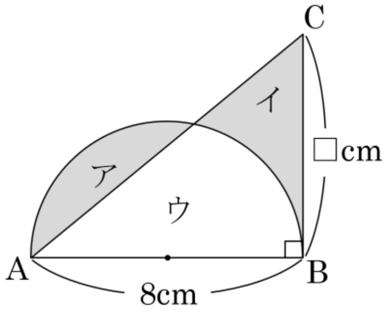
(5) $15=3\times5$ ですから，分母が 15 の分数で約分できないのは，分子が 3 と 5 の倍数以外のものです。このような分数は 0 から 1 まで（$\dfrac{0}{15}\sim\dfrac{15}{15}$）の間に，$\dfrac{1}{15}$，$\dfrac{2}{15}$，$\dfrac{4}{15}$，$\dfrac{7}{15}$，$\dfrac{8}{15}$，$\dfrac{11}{15}$，$\dfrac{13}{15}$，$\dfrac{14}{15}$ の 8 個，1 から 2 まで（$\dfrac{15}{15}\sim\dfrac{30}{15}$）の間にも，$1\dfrac{1}{15}$，$1\dfrac{2}{15}$，……，$1\dfrac{14}{15}$ の 8 個，2 から 3 まで（$\dfrac{30}{15}\sim\dfrac{45}{15}$）の間にも，$2\dfrac{1}{15}$，$2\dfrac{2}{15}$，……，$2\dfrac{14}{15}$ の 8 個があり，ここまでの $8\times3=24$（個）については両端から中央に向け，対称性をもって並んでいます。したがって$\left(\dfrac{1}{15}+2\dfrac{14}{15}\right)\times24\div2=36$ と和を求められます。$\dfrac{50}{15}=3\dfrac{5}{15}$ ですから，対称性からはみ出した $3\dfrac{1}{15}$，$3\dfrac{2}{15}$，$3\dfrac{4}{15}$ の 3 個については別に加えます。よって求める和は，$36+3\dfrac{1}{15}+3\dfrac{2}{15}+3\dfrac{4}{15}=\underline{45\dfrac{7}{15}}$ です。

(6) 下のような連除法が成り立ちます。

$$\begin{array}{r|ll} 9 & A & 54 \\ \hline & \text{ア} & 6 \end{array}$$

アは 6 と互いに素の関係で，$6=2\times3$ より，アは 2 と 3 の倍数以外の数ですから，小さい順に 1，5，7，11…です。よって A にあてはまる数の中で小さい方から 4 番目の数は，$11\times9=$<u>99</u> です。

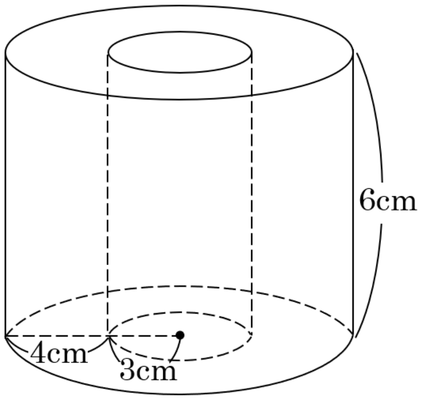
(7) 次の図で，ア＝イであればア＋ウ＝イ＋ウも成り立ちますから，半円と直角三角形 ABC は面積が等しいことになります。



半円の半径は $8\div2=4$（cm）ですから，BC の長さは，$4\times4\times3.14\times\frac{180}{360}\times2\div8=$

<u>6.28（cm）</u>です。

(8) 下の図のような，大きい円柱から小さい円柱をくり抜いた立体ができます。大きい円柱の底面の半径は，$3+4=7$（cm）です。



表面積は，ドーナツ状の底面積 2 つ分と，大小 2 つの円柱の側面積の合計ですから，
$(7\times7-3\times3)\times3.14\times2+7\times2\times3.14\times6+3\times2\times3.14\times6=(40+42+18)\times2\times3.14$
$=$<u>628（㎠）</u>です。

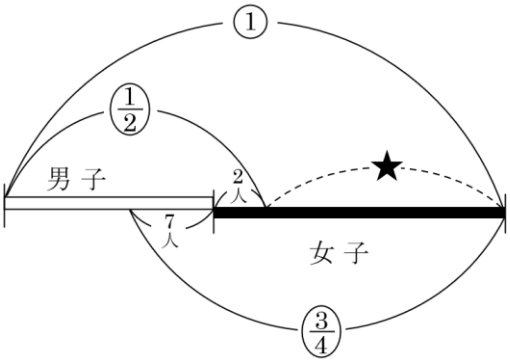
[2] 割合

(1) $87.5\%=0.875=\frac{7}{8}$，$1\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$ ですから，下のような連比になります。

$$
\begin{array}{cccccc}
 & \text{A} & & \text{B} & & \text{C} \\
 & 7 & : & 8 & & \\
\times5 & & & 5 & : & 4 \quad \times8 \\
\hline
 & 35 & : & 40 & : & 32
\end{array}
$$

よってAはCの，$35 \div 32 = \underline{1\frac{3}{32}}$（倍）です。

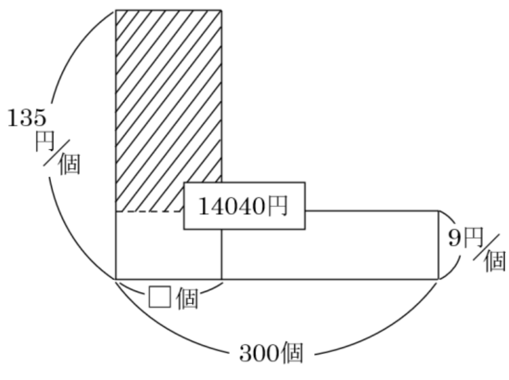
(2) 下のような線分図で考えます。男子の人数を表す部分の長さを定めたら，それ以外の部分がすべて女子になるように残りの情報を書き込むようにします。



★部は$① - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ですから，$7 + 2 = 9$（人）は$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$にあたります。

よってクラス全体の人数は$9 \div \frac{1}{4} = 36$（人）ですから，女子の人数は$36 \times \frac{3}{4} - 7 = \underline{20}$ $\underline{（人）}$です。

(3) 1個あたりの定価は180×(1＋0.75)＝315（円/個）ですから，定価で売った場合の1個あたりの利益は，315－180＝135（円/個）です。また4割引きの値段は315×(1－0.4)＝189（円/個）ですから，この値段で売った場合の1個あたりの利益は，189－180＝9（円/個）です。原価の合計は180×300＝54000（円），利益の合計は54000×0.26＝14040（円）ですから，下の（図1）の面積図で表されるつるかめ算です。

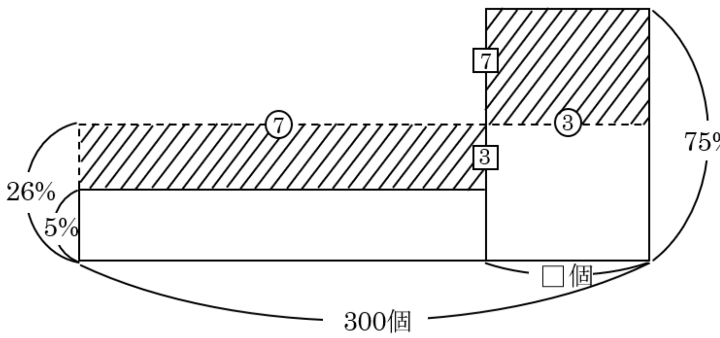


（図1）

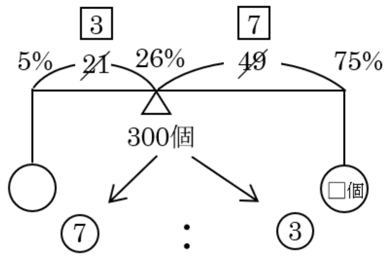
斜線部分の面積は14040－9×300＝11340（円）ですから，定価で売った個数（図の□）は11340÷(135－9)＝$\underline{90（個）}$です。

【別解】

定価で売ると1個あたり7割5分（75%）の利益，4割引きで売ると1個あたり(100＋75)×(1−0.4)−100＝5（%）の利益，全体で平均すると2割6分（26%）の利益，ということですから，金額を求めずに割合の平均算として解くこともできます。下の（図2）のような面積図か，（図3）のような天秤図で考えます。



(図2)



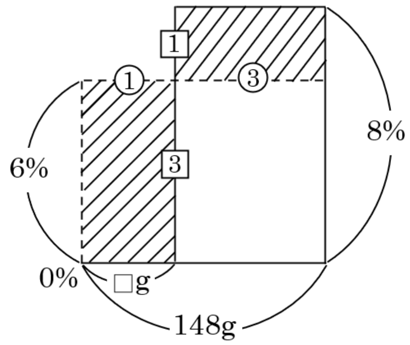
(図3)

（図2）では斜線をつけた面積の等しい長方形のたての長さの比が，（図3）では支点から左右のおもり（個数）までの長さの比が（26−5）:（75−26）＝$\boxed{3}$: $\boxed{7}$ですから，

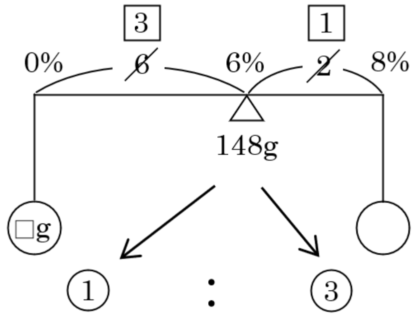
（図2）では長方形の横の長さの比が，（図3）ではおもりの重さの比が逆比の⑦：③

になります。③が定価で売った個数にあたりますから，$300\times\frac{3}{7+3}$ ＝<u>90（個）</u>です。

(4) 蒸発の問題でも「もとに戻す」と考えることで，面積図や天秤図を利用できます。水が蒸発して8%になった食塩水を，もとの6%，148gの状態に戻すには，蒸発させたのと同量の水を加えればよいのですから，8%の食塩水と水を混ぜて，6%の食塩水148gを作る，と問題を読みかえます。下の（図1）のような面積図か，（図2）のような天秤図をかきます。



（図1）



（図2）

（図 1）では斜線をつけた面積の等しい長方形のたての長さの比が，（図 2）では支点から左右のおもりまでの長さの比が（6－0）:（8－6）＝$\boxed{3}$: $\boxed{1}$ですから，（図 1）では長方形の横の長さの比が，（図 2）ではおもりの重さの比が逆比の①:③になります。

①が求める水の重さにあたりますから，$148\times\frac{1}{1+3}$ ＝<u>37（g）</u>です。

$\boxed{3}$ 速さ

(1) みきさんが家を出発する 11 時 12 分の時点での 2 人の距離は，2700－65×12＝1920（m）ですから，2 人が出会うのはここから 1920÷(65＋55)＝16（分後）です。よって 11（時）12（分）＋16（分）＝<u>11（時）28（分）</u>です。

(2) B 君と C 君とが出会ったのは，出発してから 2430÷(75＋60)＝18（分後）ですから，A 君と B 君が出会ったのは，出発してから 18－3＝15（分後）です。これより A 君と B 君の分速の和は 2430÷15＝162（m/分）ですから，A 君の速さは 162－75＝87 より，<u>分速 87m</u> です。

(3) ① たくや君の昨日と今日のようすを，下のような比の表にまとめます。「距離÷速さ＝時間」の関係より，距離が等しい場合には，速さの比と時間の比は逆比になります。

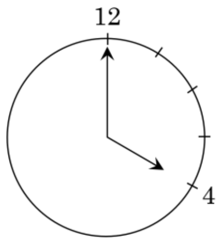
	昨日		今日
距離	1	:	1
速さ	~~198~~	:	~~220~~
	9	:	10
時間	⑩	:	⑨

かかった時間には 2＋1＝3（分）の差があり，これが⑩－⑨＝①にあたりますから，今日かかった時間である⑨は，3×9＝27（分）です。よって始業時刻は，7（時）57（分）＋27（分）＋1（分）＝8（時）25（分）です。

② 220×27＝5940（m）です。

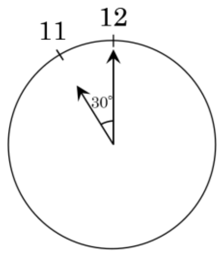
$\boxed{4}$ 時計算

(1) ① 4 時台のことは 4 時を基準に考えます。下の図のように 4 時ちょうどのとき，長針は短針の 30×4＝120（度）後ろにいると考えることができます。



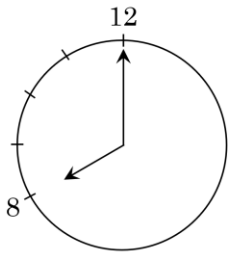
長針は短針よりも 1 分間に 6－0.5＝5.5（度）ずつ多く動きますから，27 分後の長針は，短針よりも 5.5×27＝148.5（度）多く動いています。よって 120 度前にいた短針を追いこし，さらに 148.5－120＝28.5（度）先に進んでいます。よって 28.5 度です。

② 「11 時 3 分前」であることから，11 時を基準に考えることにします。下の図のように 11 時ちょうどのとき，長針は短針の 30 度前にいます。



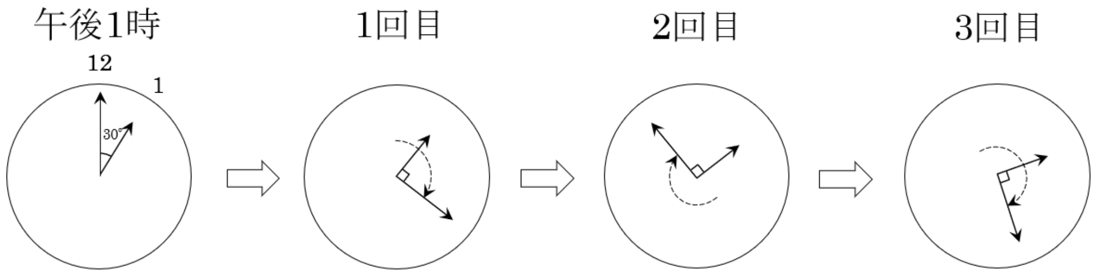
この角は 3 分前にはこれよりも 5.5×3＝16.5（度）小さかったはずですから，求める角度は 30－16.5＝13.5（度）です。

⑵ 8 時台のことですから 8 時を基準に考えます。下の図のように 8 時ちょうどのとき，長針は短針の 30×4＝120（度）前にいると考えることができます。



この角がこの後 1 分間に 5.5 度ずつ広がっていきますから，角の大きさが 180 度となって長針と短針が一直線になるまでにかかる時間は，(180－120)÷5.5＝$10\frac{10}{11}$（分）です。よって求める時刻は 8 時 $10\frac{10}{11}$ 分です。

(3) 下のような図で考えます。

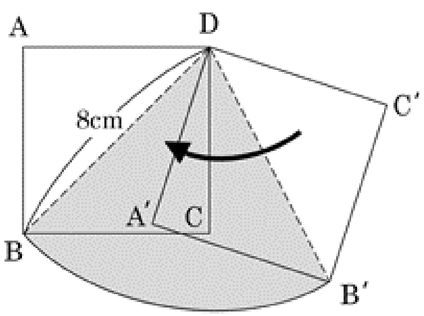


（図1）　（図2）　（図3）　（図4）

（図 1）の午後 1 時のとき，長針は短針の 30 度後ろにいると考えられますから，(1) から（図 2）の 1 回目の 90 度までに，長針は短針より 30＋90＝120（度）多く動きます。（図 2）の 1 回目から（図 3）の 2 回目までには，長針は短針よりも 180 度多く動いています。（図 3）の 2 回目から（図 4）の 3 回目までにおいても，長針は短針よりも 180 度多く動いています。このように 1 回目のみ 120 度，2 回目以降は 180 度，長針が短針より多く動くごとに角が 90 度になっていきますから，5 回目に 90 度になるのは，長針が短針より 120＋180×(5－1)＝840（度）多く動いたときです。かかる時間は $840\div5.5=152\frac{8}{11}$（分）＝2（時間）$32\frac{8}{11}$（分）ですから，求める時刻は（午後）1（時）＋2（時間）$32\frac{8}{11}$（分）＝（午後）3（時）$32\frac{8}{11}$（分）です。

5 図形の移動

(1) 下の図のように対角線の補助線を引き，直角二等辺三角形を等積移動して考えます。



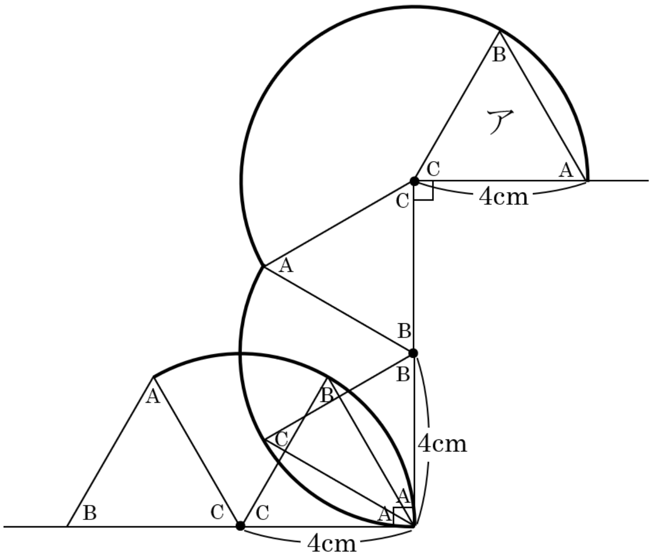
対角線DBも72度回転していますから，求める面積は$8\times8\times3.14\times\frac{72}{360}$＝<u>40.192(㎠)</u>

です。

(2) 多角形の回転移動では作図の際，多少手間がかかっても次の手順を守ると失敗が少なくなります。

［1］回転する多角形の辺が直線とふれたときなど，要所での多角形の位置，形をすべて記入する。
［2］回転の中心となる頂点に気をつけながら，頂点記号をすべて記入する。
［3］回転の中心と移動点を結ぶ直線を半径として，弧を作図する。

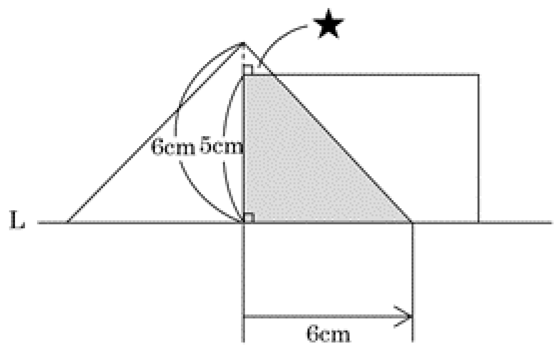
実際にやってみます。



図のように，1回目の回転では頂点Cを中心に，頂点Aは辺CAを半径として180－60＝120（度）回転します。2回目の小さな回転では頂点Aは回転の中心であるために動きません。3回目の回転では頂点Bを中心に，頂点AはBAを半径として1回目と同じく120度回転します。4回目の回転では頂点Cを中心に，頂点Aは辺CAを半径として360－(90＋60)＝210(度)回転します。よって頂点Aが通った後の線の長さは，

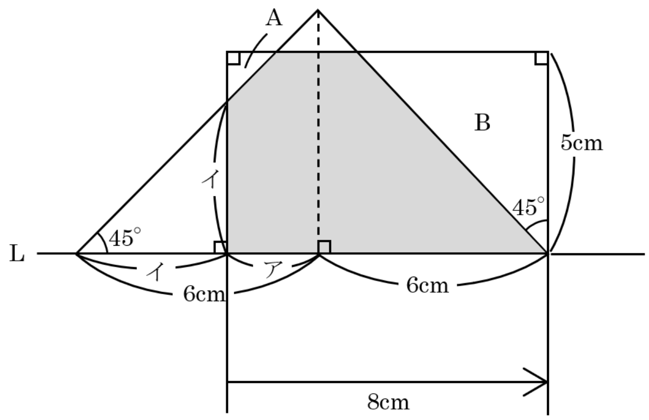
$4\times2\times3.14\times\frac{120\times2+210}{360}$＝<u>31.4（cm）</u>です。

(3) ① 1×6＝6（cm）より，直角二等辺三角形の先頭は 6cm 進んでいますから，下の図の状態です。



2 つの図形が重なった部分は図の影の部分のような台形で，★部が直角二等辺三角形であることから，台形の上底は 6−5＝1（cm）です。よって求める面積は，(1＋6)×5÷2＝17.5（㎠）です。

② 1×8＝8（cm）より，直角二等辺三角形の先頭は 8cm 進んでいますから，下の図の状態です。



2 つの図形が重なった部分は図の影の部分のような五角形です。三角形 A，B はともに直角二等辺三角形で，三角形 A の直角をはさむ 2 辺の長さは，図のアとイの長さがそれぞれ 8−6＝2（cm），6−2＝4（cm）であることから 5−4＝1（cm）です。よって求める面積は，5×8−(1×1÷2＋5×5÷2)＝27（㎠）です。

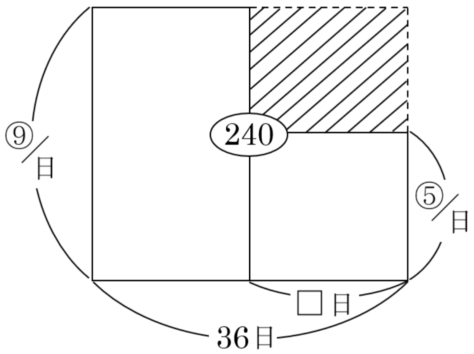
6 仕事算

(1) 18 と 24 と 36 の最小公倍数は 72 ですから，仕事量全体を72とします。1 日あたりの仕事量は，A が72÷18＝4，B が72÷24＝3，C が72÷36＝2ですから，3 人で一緒にするとかかる日数は，72÷（4＋3＋2）＝8（日）です。

(2) 48 と 60 の最小公倍数は 240 ですから，仕事量全体を240とします。1 日あたりの仕事量は，姉が240÷48＝5，妹が240÷60＝4です。姉のした仕事量は全部で5×36＝180ですから，妹のした仕事量は240－180＝60です。妹は60÷4＝15（日）仕事をしましたから，休んだのは 36－15＝21（日）です。

【別解】

2 人一緒のときの 1 日あたりの仕事量は5＋4＝9ですから，下の面積図で表されるつるかめ算で解くこともできます。

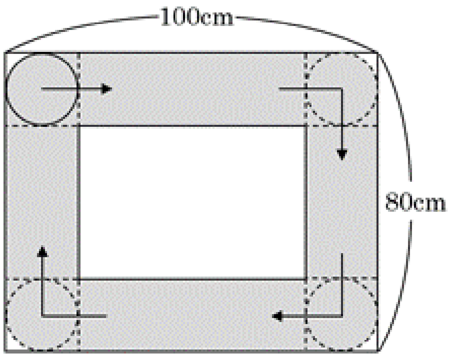


斜線をつけた部分の面積は9×36－240＝84ですから，妹が休んで姉だけが仕事をした日数（図の□）は，84÷（9－5）＝21（日）です。

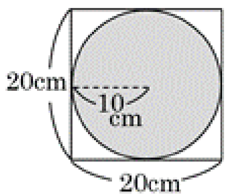
(3) 35 と 42 の最小公倍数は 210 ですから，北町と南町の間の距離を 210km として計算します。行きにかかる時間は 210÷35＝6（時間），帰りにかかる時間は 210÷42＝5（時間）です。平均の速さは「距離の合計÷時間の合計」で求めますから，210×2÷(6＋5)＝$38\frac{2}{11}$ より，時速 $38\frac{2}{11}$ km です。

7 図形の移動（応用）

(1) ロボットが通過したのは下の（図 1）で影をつけた部分です。ロボットの直径は 10×2＝20（cm）です。



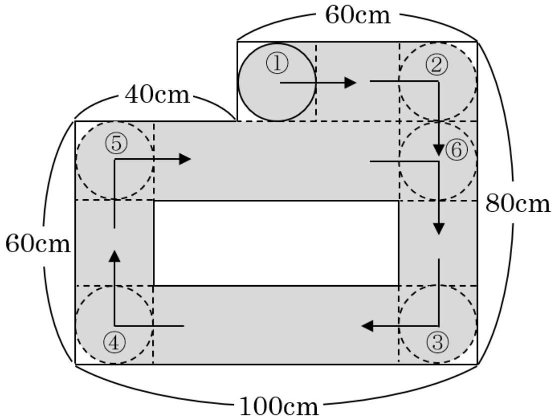
（図1）



（図2）

部屋全体を表す長方形の面積である 80×100＝8000（㎠）から，ロボットが通らなかった白い部分の面積を引いて求めます。内側にできる白い長方形の面積は，(80－20×2)×(100－20×2)＝2400（㎠）です。また四すみにできるすきまについては，（図 2）のような 1 辺 20cm の正方形の面積から半径 10cm の円の面積を引くことで，まとめて求めることができ，20×20－10×10×3.14＝86（㎠）です。よって求める面積は，8000－(2400＋86)＝5514（㎠）です。

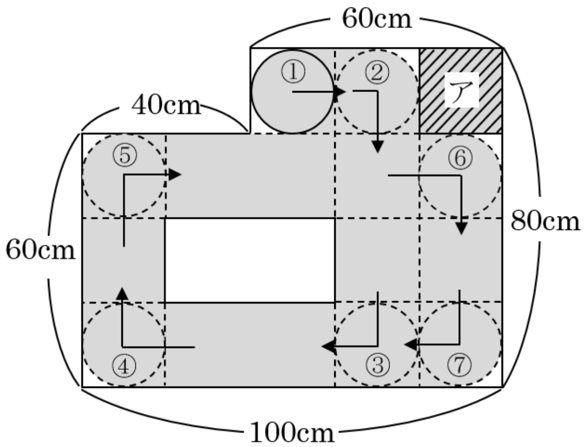
(2) ロボットが通過したのは次の（図 3）で影をつけた部分です。「壁に沿って部屋を 1 周」ではないことに注意します。ロボットは左には曲がりませんから，①→②→③→④→⑤→⑥→③→④→⑤→⑥→…のように進みます。



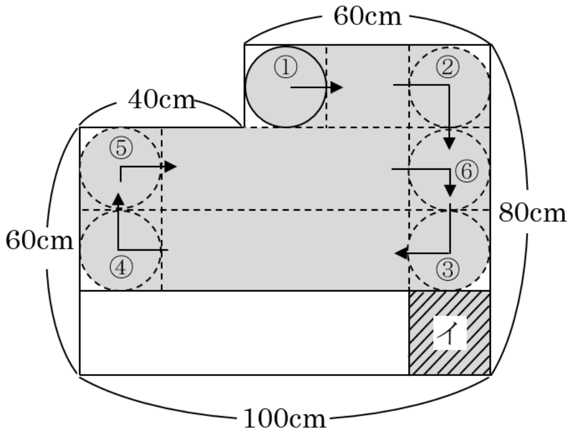
（図3）

部屋全体の面積である 60×40＋80×60＝7200（㎠）から，ロボットが通らなかった白い部分の面積を引いて求めます。部屋の内側にできる白い長方形の面積は，(60－20×2)×(100－20×2)＝1200（㎠）です。また，6 つのすみにできるすきまの面積の合計は，(1)よりすみ 1 つあたりの面積が 86÷4＝21.5（㎠）ですから， 21.5×6＝129（㎠）です。よって求める面積は，7200－(1200＋129)＝<u>5871（㎠）</u>です。

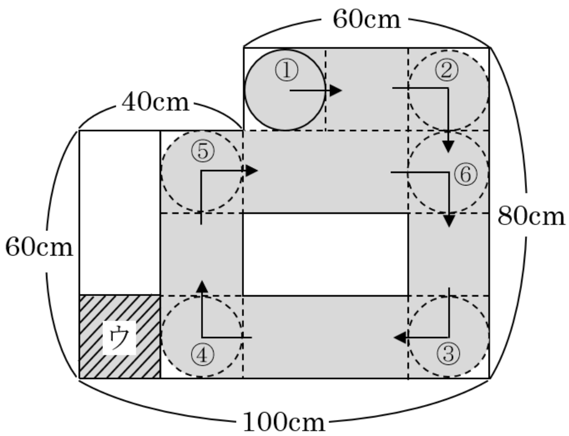
(3) 1 辺の長さが 20cm の立方体の障害物をア，イ，ウの位置に置いた場合にロボットが通過したのは，それぞれ下の（図 4），（図 5），（図 6）で影をつけた部分です。それぞれの図におけるロボットの進み方は，（図 4）では①→②→③→④→⑤→⑥→⑦→④→⑤→⑥→⑦→…，（図 5）では①→②→③→④→⑤→⑥→③→④→⑤→⑥→…，（図 6）では①→②→③→④→⑤→⑥→③→④→⑤→⑥→…となります。



（図4）



（図5）



（図6）

いずれの図においても部屋全体の面積やア，イ，ウの障害物の面積は変わりませんから，ロボットが掃除できた床の面積が最も大きいのは，ロボットの通らなかった白い部分の面積が最も小さいもの，ということになります。（図 4）では，内側にできる白い長方形の面積が 20×(100－20×3)＝800（㎠），すみのすきまは 7 つあり，合わせて 21.5×7＝150.5（㎠）ですから，白い部分の面積の合計は 800＋150.5＝950.5（㎠）です。（図 5）では，下側にできる白い長方形の面積が 20×(100－20)＝1600（㎠），すみのすきまは 6 つあり，合わせて 21.5×6＝129（㎠）ですから，白い部分の面積の合計は 1600＋129＝1729（㎠）です。（図 6）では，左右にできる白い長方形の面積の合計が(60－20)×20＋(60－20×2)×(60－20)＝1600（㎠），すみのすきまは 6 つあり，合わせて 21.5×6＝129（㎠）ですから，白い部分の面積の合計は 1600＋129＝1729（㎠）です。よってロボットの掃除できる床の面積が最も大きいのは，障害物をアに置いた（図 4）のときです。またそのときの面積は，部屋全体の面積から白い部

分の面積と障害物の面積を引いて求めますから, 7200－(950.5＋20×20)＝<u>5849.5（㎠)</u>
です。