5年生 第9回 公開組分けテスト

予想問題

算 数
[解答と解説]

中学受験鉄人会

解　答

1 (1)　2021　(2)　$1\frac{15}{28}$　(3)　$\frac{1}{4}$

2 (1)　5(年後)　(2)　(時速)54(km)　(3)　2.4 秒後　(4)　12(日)

(5)　13(回)　(6)　125(度)　(7)　(時速)4(km)　(8)　22.71(㎠)

3 (1)　6(cm)　(2)　432(㎤)

4 (1)　14(冊)　(2)　4(通り)

5 (1)　56(人)　(2)　9(つ)

6 (1)　$2\frac{6}{7}$ (秒後)　(2)　$128\frac{4}{7}$ (秒後)

7 (1)　6(cm)　(2)　5.4(秒後)

8 (1)　39.57(cm)　(2)　37.935(㎠)

9 (1)　90(度)　(2)　46.8(㎠)

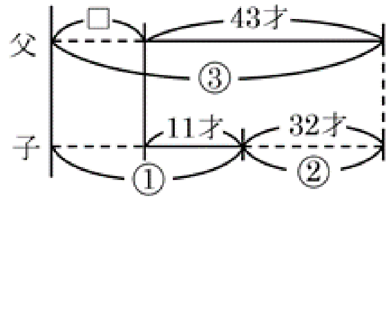
配　点

各 8 点

解　説

2

(1)　□年後として線分図をかくと下のようになります。



よって、

②＝32

①＝16

□＝16－11＝5(年後)

と求まります。

(2) 列車の速さは

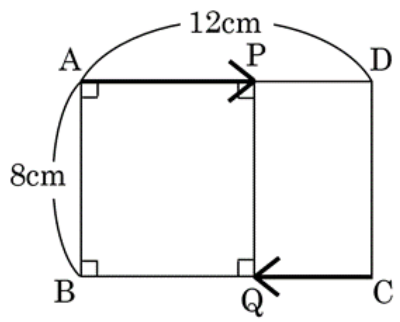
120÷8＝15(m/秒)

とわかるので、

15×3600÷1000＝54(km/時)

と求まります。

(3) 四角形 ABQP がはじめて長方形になるのは、下の図のときです。



したがって、

12÷(3＋2)＝2.4(秒後)

と求まります。

(4) 仕事量の比は、

$$A : B = \frac{1}{30} : \frac{1}{20} = 2 : 3$$

となるので、仕事全体は

2×30＝60

と決められます。よって、

60÷(2＋3)＝12(日)

と求まります。

(5) はずれた回数は、

$(5\times20-51)\div(5+2)=7$(回)

とわかるので、当てた回数は、

$20-7=13$(回)

と求まります。

(6) 6 時のときに長針と短針の作る角は 180 度です。

長針は 1 分間に 6 度、短針は 1 分間に$\frac{1}{2}$度回転するので、6 時から 6 時 10 分までの 10 分間に長針は短針より

$(6-\frac{1}{2})\times10=55$(度)

多く回転します。したがって、

$180-55=125$(度)

と求まります。

(7) 道のりが一定なので、速さの比は

上り：下り$=\frac{1}{24}:\frac{1}{18}=3:4=6:8$

となります。上りの速さを⑥、下りの速さを⑧とすると、

静水時の速さ＝(⑥＋⑧)÷2＝⑦

川の流れの速さ＝(⑧－⑥)÷2＝①

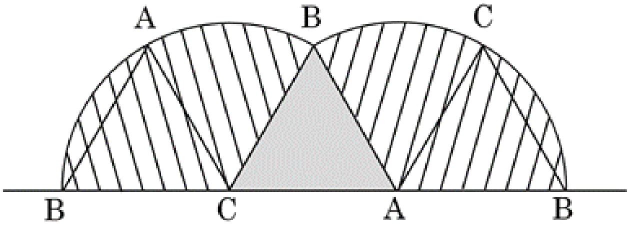
となり、

⑦＝28(km/時)

①＝4(km/時)

となるので、川の流れの速さは時速 4km と求まります。

(8) 求める面積は下の図のように、半径 3cm で中心角 120 度のおうぎ形が 2 つと、1 辺が 3cm の正三角形となります。



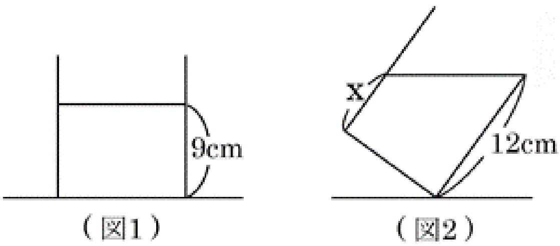
相似比が 1 : 3 のとき、面積の比は (1×1) : (3×3)＝1 : 9 となることから、求める面積は、

$$3\times3\times3.14\times\frac{120}{360}\times2+0.43\times9=22.71(\text{cm}^3)$$

と求まります。

$\boxed{3}$

(1)



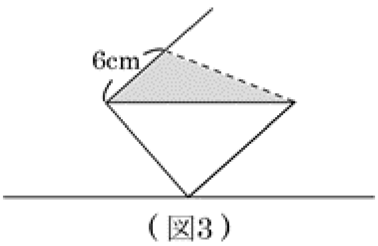
(図 1)の長方形の面積と(図 2)の台形の面積が等しいので、

12＋X＝9＋9

X＝6(cm)

と求まります。

(2) こぼれた水は(図 3)の影の部分になります。



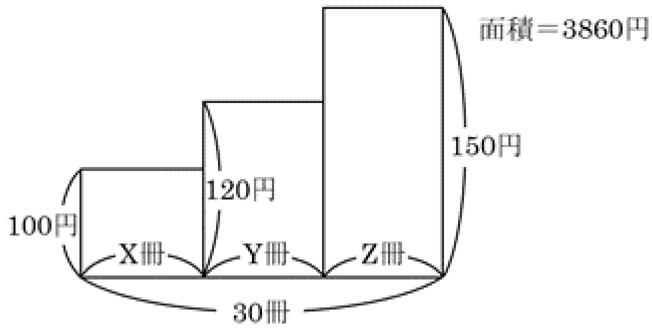
したがって、

6×12÷2×12＝432(㎤)
と求まります。

4

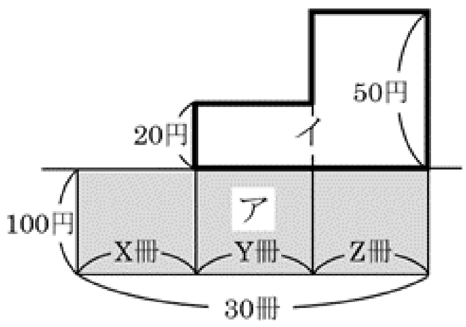
(1) 100 円のノート 1 冊と 120 円のノート 1 冊の平均の値段を考えると、
(100×1＋120×1)÷(1＋1)＝110(円/冊)
となります。つるかめ算を使って、
(3860－110×30)÷(150－110)＝14(冊)
と求まります。

(2) 100 円のノートを X 冊、120 円のノートを Y 冊、150 円のノートを Z 冊買ったとして、面積図をかくと(図 1)のようになります。



(図1)

面積図を 100 円のところで横に区切ると(図 2)、



(図2)

ア＝100×30＝3000(円)

イ＝3860－3000＝860(円)

となります。イの部分に注目すると、

20×Y＋50×Z＝860

2×Y＋5×Z＝86

となり、これにあてはまるYとZを求めます。

合計30冊なので、Xが求まることも確認します。(図3)

X	11	8	5	2
Y	3	8	13	18
Z	16	14	12	10

(図3)

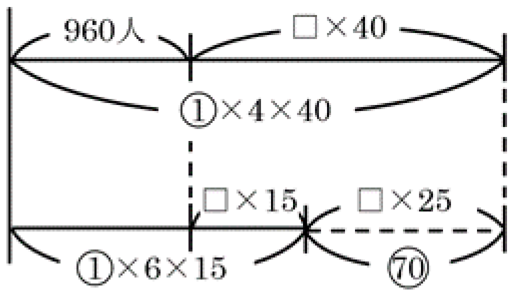
Zが8以下になると、YとZの和が30を超えてしまいます。

以上より、4(通り)と求まります。

5

(1) 1つの窓口から1分間に入園する人数を①、1分間に行列に加わる人数を□として、

線分図をかくと下のようになります。



線分図から、

□×25＝70

□＝$\frac{14}{5}$

はじめの人数＝160 － $\frac{14}{5}$ ×40＝48

これが 960 人にあたるので、

$$①=960\div 48=20(人)$$

とわかります。したがって、1 分間に行列に加わる人数は

$$20\times\frac{14}{5}=56(人)$$

と求まります。

(2) 行列を 8 分でなくすためには、並んでいる人の人数を 1 分間に

$960\div 8=120$(人)

減らさないといけません。1 分間に行列に加わる人数が 56 人なので、

$120+56=176$(人)

の人を 1 分間に窓口から入園させる必要があります。したがって、窓口の数は

$176\div 20=8.8$

より、少なくとも 9 つと求まります。

$\boxed{6}$

(1) 角速度で考えます。

点 P は

$40\div 4=10$(秒)

で 1 周するので、

$360\div 10=36$(度/秒)

点 Q は

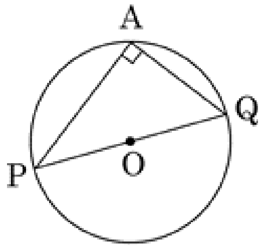
$$40\div 3=\frac{40}{3}\ (秒)$$

で 1 周するので、

$$360\div\frac{40}{3}=27(度/秒)$$

とわかります。

三角形 APQ で 3 つの辺のうちどれか 1 つが直径になるとき、三角形 APQ は直角三角形になります。はじめて直角三角形になるのは次の図のときなので、



$180 \div (36+27)=2\frac{6}{7}$ (秒後)

と求まります。

(2) 点 P と点 Q の速さの比は 4：3 なので、点 P と点 Q がはじめて同時に点 A に戻ってくるのは、点 P が 4 周、点 Q が 3 周したときです。このことから、

$10 \times 4=40$(秒)

ごとに、同じ動きを繰り返すことがわかります。

この 40 秒間について考えます。

① PQ が直径になるとき

1 回目は $2\frac{6}{7}$ 秒後で、その後は

$360 \div (36+27)=5\frac{5}{7}$ (秒)

ごとに直径になります。よって、

$2\frac{6}{7}$ (秒後)、$8\frac{4}{7}$ (秒後)、$14\frac{2}{7}$ (秒後)、20(秒後)、$25\frac{5}{7}$ (秒後)、$31\frac{3}{7}$ (秒後)、

$37\frac{1}{7}$ (秒後)

とわかります。

② AP が直径になるとき

1 回目は

$180 \div 36=5$(秒後)

で、その後は

$360 \div 36=10$(秒)

ごとに、直径になります。よって、

5(秒後)、15(秒後)、25(秒後)、35(秒後)

とわかります。

③ AQ が直径になるとき

1 回目は

$180 \div 27 = 6\frac{2}{3}$（秒後）

で、その後は

$360 \div 27 = 13\frac{1}{3}$（秒）

ごとに、直径になります。よって、

$6\frac{2}{3}$（秒後）、20(秒後)、$33\frac{1}{3}$（秒後）

とわかります。

以上のことから三角形 APQ が直角三角形になるのは 40 秒間に

$2\frac{6}{7}$（秒)、5(秒後)、$6\frac{2}{3}$（秒後)、$8\frac{4}{7}$（秒後)、$14\frac{2}{7}$（秒後)、15(秒後)、25(秒後)、

$25\frac{5}{7}$（秒後)、$31\frac{3}{7}$（秒後)、$33\frac{1}{3}$（秒後)、35(秒後)、$37\frac{1}{7}$（秒後)

の 12 回あることがわかります。20 秒後は①と③にあるので、三角形にはならずに直線になることに注意しましょう。

したがって、三角形 APQ が 40 回目に直角三角形になるのは、

$40 \div 12 = 3 \cdots 4$

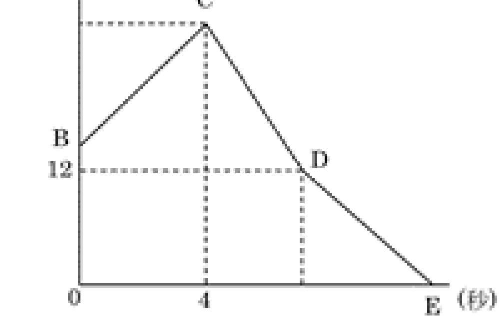
となるので、

$40 \times 3 + 8\frac{4}{7} = 128\frac{4}{7}$（秒後）

と求まります。

$\boxed{7}$

(1) 点 P がどの頂点にいるのかをグラフにかき込むと(図 1)のようになります。



（図1）

このことから、

BC＝2×4＝8(cm)

となります。四角形 BCDE は長方形なので、DE＝8(cm)とわかります。

また、(図 1)より、点 P が頂点 D に重なっているときの三角形 APE の面積が 12(㎠)であることから、

HE＝12×2÷8＝3(cm)

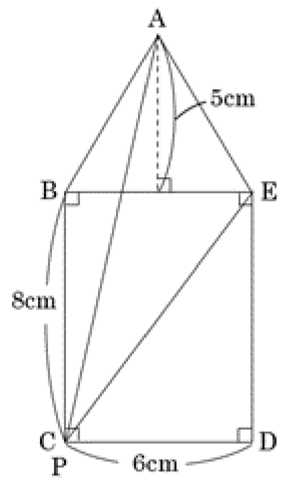
とわかります。三角形 ABE は二等辺三角形なので、BH＝HE になっています。

したがって、

CD＝3×2＝6(cm)

と求まります。

(2) 4 秒後は(図 2)のようになります。



(図2)

三角形 APE の面積は、

6×5÷2＋8×6－(8×3÷2＋6×8÷2)＝27(㎠)

となります。

グラフより三角形 APE の面積が 2 回目に 20 ㎠になるのは点 P が頂点 C から頂点 D に移動する間です。

また、点 P が頂点 D に重なるのは、

(8＋6)÷2＝7(秒後)

です。このことから、点 P が辺 CD 上を移動するときに、三角形 APE の面積は、

(27－12)÷(7－4)＝5(㎠/秒)

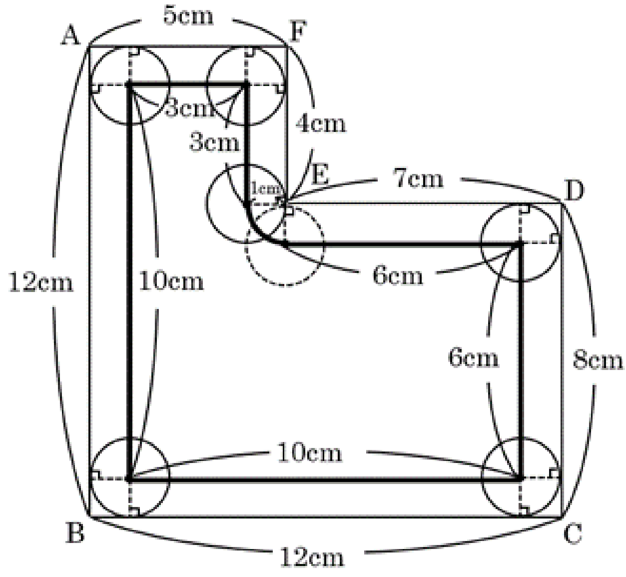
ずつ減っていくことがわかります。したがって、

4＋(27－20)÷5＝5.4(秒後)

と求まります。

8

(1) 円 O の中心が動いた長さは(図 1)のようになります。



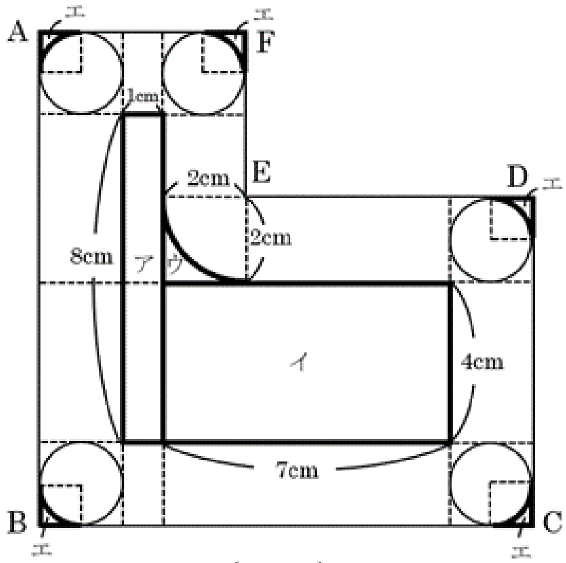
(図1)

したがって、

$$10+10+6+6+3+3+1\times2\times3.14\times\frac{1}{4}=39.57(\mathrm{cm})$$

と求まります。

(2) 円 O が通らなかった部分は(図 2)のようになります。



(図2)

したがって、

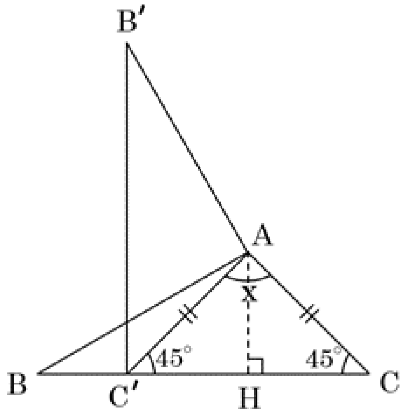
$$8\times1+4\times7+(2\times2-2\times2\times3.14\times\frac{1}{4})+(1\times1-1\times1\times3.14\times\frac{1}{4})\times5$$

＝37.935(㎠)

と求まります。

$\boxed{9}$

(1) (図 1)で、AC＝AC’となるので、三角形 ACC’は二等辺三角形となります。



（図1）

したがって、

角 CAC’＝180－45×2＝90(度)

となります。よって、x ＝90 と求まります。

(2) はじめに AH の長さを考えます。三角形 ABH は 3 つの角度がそれぞれ、30 度、60 度、90 度の三角定規の三角形になっています。このことから、

AH＝8÷2＝4(cm)

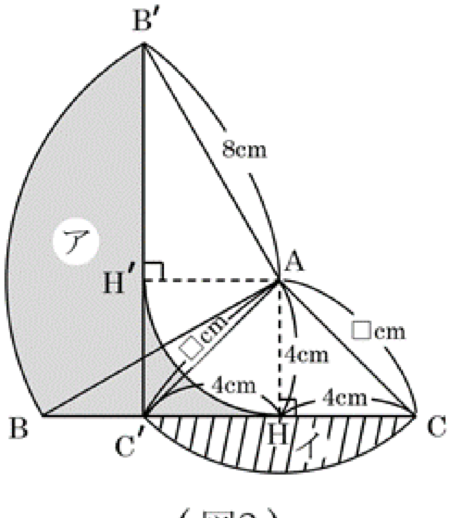
とわかります。

次に AC＝□として、□×□を考えます。三角形 AC’C の面積を利用すると

□×□÷2＝8×4÷2

□×□＝32

とわかります。



（図2）

また、辺 BC が動いたあとの面積は(図 2)のようになっているので

　アの面積＝おうぎ形 AB'B＋三角形 ABH－おうぎ形 AH'H－三角形 AB'H'

　　　　　＝おうぎ形 AB'B－おうぎ形 AH'H

　イの面積＝おうぎ形 AC'C－三角形 AC'C

と計算できます。したがって、

$$8\times8\times3.14\times\frac{1}{4}-4\times4\times3.14\times\frac{1}{4}+32\times3.14\times\frac{1}{4}-8\times4\div2=46.8(\text{cm}^2)$$

と求まります。