6年生 第3回 公開組分けテスト

予想問題

算　数
［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1　(1)　$2\frac{17}{20}$　　(2)　212　　(3)　$1\frac{52}{75}$

2　(1)　20(個)　　(2)　315(個)　　(3)　14　　(4)　15(km)

(5)　4.3(cm)　　(6)　23(通り)　　(7)　(8、120)、(9、45)、(10、30)、(12、20)

(8)　15(g)

3　(1)　144(個)　　(2)　6(個)

4　(1)　11 : 21　　(2)　11 : 10

5　(1)　(時速)33.6(km)　　(2)　27(分)20(秒後)

6　(1)　32(㎠)　　(2)　130(㎠)　　(3)　18(秒をこえて)　27(秒になるまで)

7　(1)　144(㎠)　　(2)　72(㎠)

8　(1)　12.56(cm)　　(2)　①、②ともに解説の通り

配　点

各８点　　2　(7)はすべて答えて得点

解　説

1

(2) 530×0.32＋0.53×160－53×0.8

＝53×(3.2＋1.6－0.8)

＝53×4

＝212

$\boxed{2}$

(1) 336を素因数分解した結果は、右のように、

$336=2\times2\times2\times2\times3\times7$

2) 336
2) 168
2) 84
2) 42
3) 21
7

となることから、2が4個、3が1個、7が1個となるので、336の約数の個数は、

$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$（個）

より、<u>20個</u>です。

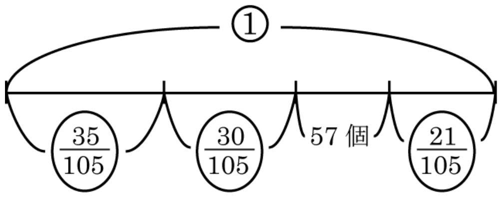
(2) 最初に袋に入っていたおはじきの個数を①とすると、はじめに取った後のおはじきの個数は、

$① - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

より、$\frac{2}{3}$ となるため、2回目に取ったおはじきの個数は、

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$

より、$\frac{2}{7}$ となります。



$\frac{1}{3} = \frac{35}{105}$、$\frac{2}{7} = \frac{30}{105}$、$\frac{1}{5} = \frac{21}{105}$

より、57個は全体の、

$1-\left(\frac{35}{105}+\frac{30}{105}+\frac{21}{105}\right)=\frac{19}{105}$

より、$\frac{19}{105}$ にあたりますので、最初に袋に入っていたおはじきの個数は、

$57\div\frac{19}{105}=315$（個）

より、<u>315個</u>です。

(3) 2つの整数137と179をわってあまりが11になるということから、わる数は、

$137-11=126$

$179-11=168$

より、126と168の公約数であることがわかります。

126と168の最大公約数は42となることから、42の約数のうち、あまりの11より大きい数があてはまります。

42の約数は、小さい方から、

1、2、3、6、7、14、21、42

となり、このうち 11 より大きい数の中で最も小さい数は 14 となります。

(4) C 地点が A 地点から B 地点までの道のりのちょうど半分のところにあることから、AC と CB の道のりが同じになります。

同じ道のりを進む際のかかった時間の比は、速さの比の逆比になりますので、AC を進む時間と CB を進む時間の比は、

$$\frac{1}{15} : \frac{1}{5} = 1 : 3$$

より、1 : 3 となります。

これより、AC を進むのにかかる時間は、

$$2\times\frac{1}{1+3} = \frac{1}{2} \text{（時間）}$$

より、$\frac{1}{2}$ 時間となるため、A 地点から B 地点までの道のりは、

$$15\times\frac{1}{2}\times 2 = 15 \text{（km）}$$

より、15km です。

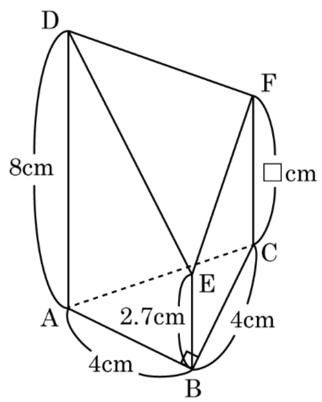
(5) 立体の体積は底面積に高さの平均をかけることによって求められます。

底面積は、

$$4\times 4\times\frac{1}{2} = 8 \text{（㎠）}$$

より、8 ㎠となることから、CF の長さを□cm とすると、

以下の式が成り立ちます。



$$8\times(8+2.7+□)\times\frac{1}{3} = 40$$

$$10.7+□ = 15$$

$$□ = 4.3$$

より、CF の長さは 4.3cm となります。

(6) 500 円玉 1 枚と 1000 円札 2 枚を使って作ることができる金額は、

0 円、500 円、1000 円、1500 円、2000 円、2500 円

の 6 通りあります。

それぞれの場合について、100 円玉を 0～3 枚加えることにより、金額を 4 通りずつ作ることができるため、作ることができる金額は全部で、

4×6＝24（通り）

より、24 通りとなりますが、「支払う金額」としては、お金を 1 枚も使わない（全て 0 枚）場合を除くため、

24－1＝23（通り）

より、ちょうど支払うことができる金額は23通りあります。

(7) A＜Bより、$\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ となります。

$\frac{2}{15} \div 2 = \frac{1}{15}$、$\frac{2}{15} = \frac{1}{7.5}$

より、$\frac{1}{15} < \frac{1}{A} < \frac{1}{7.5}$ となることから、Aは、8、9、10、11、12、13、14のうちのどれかとなります。

それぞれの場合について調べると、以下のようになります。

・A＝8のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$ …B＝120が条件を満たします。

・A＝9のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$ …B＝45が条件を満たします。

・A＝10のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{10} = \frac{1}{30}$ …B＝30が条件を満たします。

・A＝11のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{11} = \frac{7}{165}$ …条件を満たすBはありません。

・A＝12のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{12} = \frac{1}{20}$ …B＝20が条件を満たします。

・A＝13のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{13} = \frac{11}{195}$ …条件を満たすBはありません。

・A＝14のとき、$\frac{1}{B} = \frac{2}{15} - \frac{1}{14} = \frac{13}{210}$ …条件を満たすBはありません。

以上より、(A、B) として考えられるのは、(8、120)、(9、45)、(10、30)、(12、20) です。

(8) 右の（図1）の面積図より、はじめに混ぜ合わせた食塩水の量の比（容器A：容器B）は、

(13－11)：(11－7)＝2：4＝1：2

より、1：2の逆比で2：1になることから、容器Bから容器Aに移した食塩水の量は、

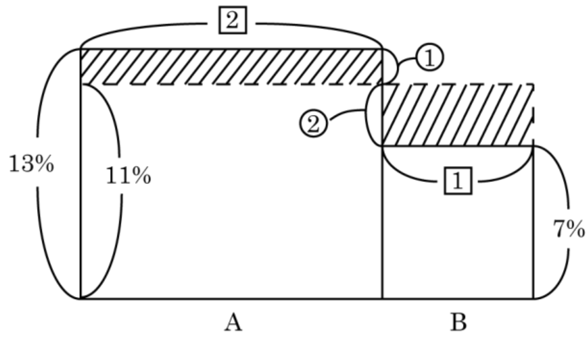
$120 \times \frac{1}{2} = 60$（g）

より、60gとなるので、容器Bに残った食塩水の量は、

120－60＝60（g）

より、60gです。

この容器Bに容器Aから40gの食塩水を入れると、



（図1）

右の（図 2）の面積図から、容器 A から移した食塩水の濃さは、

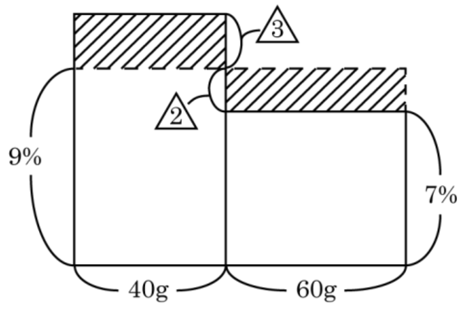
$$9+(9-7)\times\frac{3}{2}=9+3=12\ (\%)$$

より、12%です。

水を蒸発させる前の容器 A の食塩水の量は、

120＋60＝180（g）

より、180g です。



（図 2）

同じ食塩の量で、濃さが 11%から 12%に変わったことから、

水を蒸発させる前の食塩水の量と、蒸発させた後の食塩水の量の比は、12：11 となります。

よって、蒸発させた水の量は、

$$180\times\frac{12-11}{12}=15\ (g)$$

より、15g です。

3

(1) 予定していた利益は、1 個あたり（140－120＝）20 円なので、

2880÷(140－120)＝2880÷20＝144（個）

より、仕入れた品物の数は全部で 144 個です。

(2) 1 個 140 円で売ると、1 個につき（140－120＝）20 円の利益が、1 個 100 円で売ると、1 個につき（120－100＝）20 円の損となります。

全てを 140 円で売った場合と、100 円で売った場合とで（20＋20＝）40 円の差が生まれます。

実際の利益が 2640 円であったので、利益に注目してつるかめ算（弁償算）の考え方から、

(20×144－2640)÷(20＋20)＝6（個）

より、100 円で売った品物の個数は、6 個です。

4

(1) 右の図で、三角形 BEF と三角形 ABC の面積の比は、

EF と AC の長さの比と等しくなります。

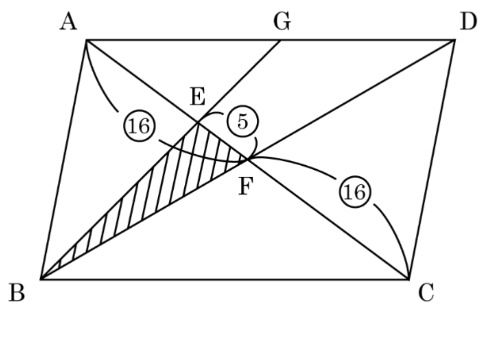
三角形 BEF と平行四辺形 ABCD の面積の比が 5：64 であることから、三角形 BEF と三角形 ABC の面積の比は、

5：(64÷2)＝5：32

より、5：32 になり、EF：AC＝5：32 になります。

点 F は平行四辺形 ABCD の対角線の交点であるため、

AF＝FC となります。



よって、EF の長さを⑤とすると、AF の長さは、

㉜÷2＝⑯

より、⑯です。

よって、AE : EC は、

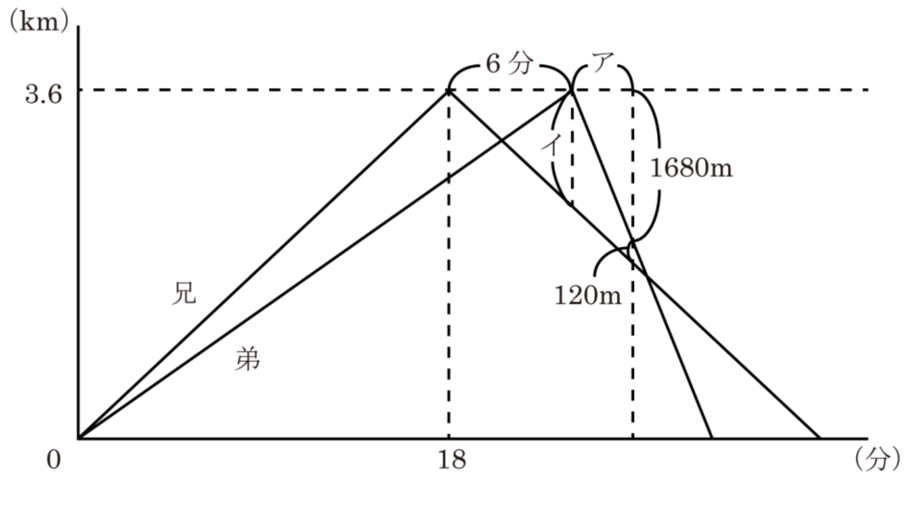
(⑯－⑤) : (⑯＋⑤)＝⑪ : ㉑

より、11 : 21 となります。

⑵ AD と BC が平行であることから、三角形 AEG と三角形 CEB は相似となります。
AG : CB＝AE : CE＝11 : 21 なので、AG : CB＝AG : AD＝11 : 21 となります。
よって、AG : GD は、
11 : (21－11)＝11 : 10
より、11 : 10 です。

5

⑴ 兄が片道を進むのにかかる時間は、
3.6÷12×60＝18（分）
より、18 分です。
兄と弟が進む様子は下のようなグラフで表されます。



グラフの（6＋ア）で表される時間は、兄が時速 12km で(1680＋120)m を走る時間なので、
(1680＋120)÷1000÷12×60＝9（分）
より、9 分となることから、アは、
9－6＝3（分）
より、3 分となります。

弟は自転車で 1680m を 3 分かけて進むので、

$1680 \div 3 = 560$（m/分）

より、弟が自転車で進む速さは、分速 560m で、

$560 \times 60 \div 1000 = 33.6$（km/時）

より、時速 33.6km です。

⑵ 弟が図書館で折り返すときの 2 人の距離（グラフのイ）は、兄が 6 分をかけて進んだ距離であるので、

$$12 \times \frac{6}{60} = 1.2 \text{（km）}$$

より、1.2km です。

この距離を、時速 33.6km で進む弟が、時速 12km で進む兄に追いつくのにかかる時間は、

$$1.2 \div (33.6 - 12) = 1.2 \div 21.6 = \frac{1.2}{21.6} = \frac{1}{18} \text{（時間後）}$$

より、$\frac{1}{18}$ 時間後です。

$$\frac{1}{18} \times 60 = 3\frac{1}{3} \text{（分後）}$$

より、3 分 20 秒後となることから、弟が家を出てから兄に追いつくのは、

18 分＋6 分＋3 分 20 秒＝27 分 20 秒

より、27 分 20 秒後です。

6

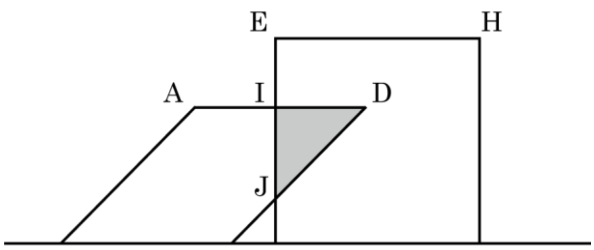
⑴ 平行四辺形 ABCD は 8 秒で

$1 \times 8 = 8$（cm）

より、8cm 動きます。

8 秒後の図形の重なった部分は、（図 1）のかげをつけた部分になります。

この（図 1）で、EF と AD、CD の交わる点をそれぞれ I、J とすると、ID＝8cm で、



（図 1）

問題の図の三角形 CDF が直角二等辺三角形になることから、（図 1）の三角形 CJF も直角二等辺三角形となるため、

JF＝CF＝$12 - 8 = 4$（cm）

より、JF の長さは 4cm で、IJ の長さは、

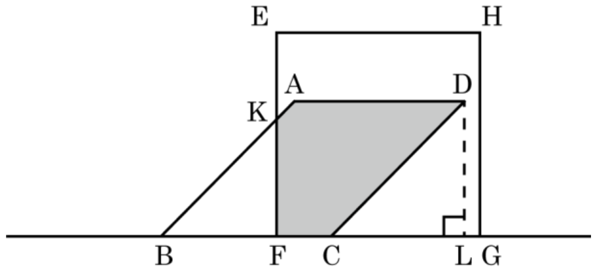
$12 - 4 = 8$（cm）

より、8cm となります。

よって、重なった部分（三角形 DIJ）の面積は、

8×8÷2＝32（㎠）
より、32 ㎠です。

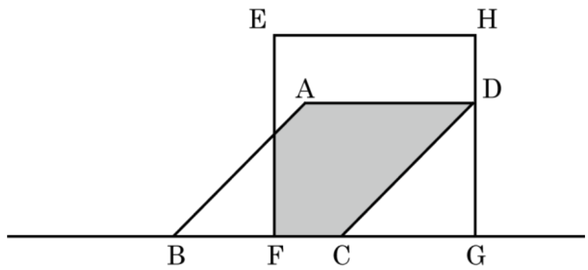
(2)（図 2）のように、平行四辺形 ABCD が 17 秒進むと、FL＝17cm となり、三角形 CDL が直角二等辺三角形になるため、
DL＝CL＝12cm
より、CL の長さは 12cm となります。
BC の長さは 15cm であることから、BF の長さは、
BF＝(15＋12)－17＝10（cm）
より、10cm となります。



（図 2）

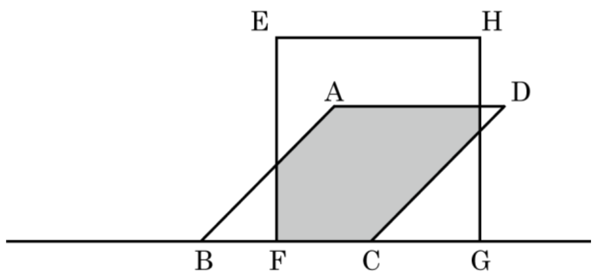
EF と AB の交わる点を K とすると、BF と CL が同じ直線上にあり、KF と DL、KB と DC がそれぞれ平行なため、三角形 KBF と三角形 DCL は相似になり、三角形 KBF も直角二等辺三角形になります。
平行四辺形 ABCD の面積は、
15×12＝180（㎠）
より、180 ㎠となります。
よって、重なった部分の面積は、
180－10×10÷2＝130（㎠）
より、130 ㎠です。

(3) 平行四辺形 ABCD の頂点 D が正方形 EFGH の辺 HG と重なっている（図 3）の状態から、頂点 B が頂点 F と重なっている（図 5）の状態になるまでの間の（図 4）のような状態のときに、重なった部分の図形は六角形になります。



（図 3）

平行四辺形 ABCD が動き始めてから（図 3）の状態になるまでに動いた長さは、18cm なので、
18÷1＝18（秒後）
より、18 秒後から重なった部分の図形は六角形になります。



（図 4）

また、平行四辺形 ABCD が動き始めてから（図 5）の状態になるまでに動いた長さは、

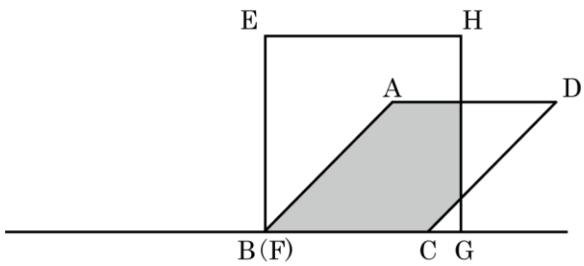
15＋12＝27（cm）

より、27cm なので、

27÷1＝27（秒後）

より、27 秒後までは、重なった部分の図形は六角形になります。

以上より、重なった部分の図形が六角形になるのは、18 秒をこえて 27 秒になるまでです。



（図 5）

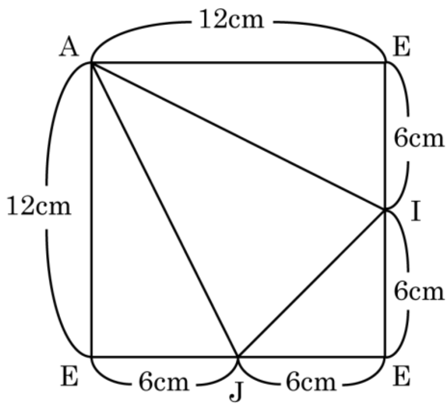
☐7

(1) 三角すい A－EIJ の展開図は、右の（図 1）ような正方形になります。

よって、三角すい A－EIJ の表面積は、

12×12＝144（㎠）

より、144 ㎠です。



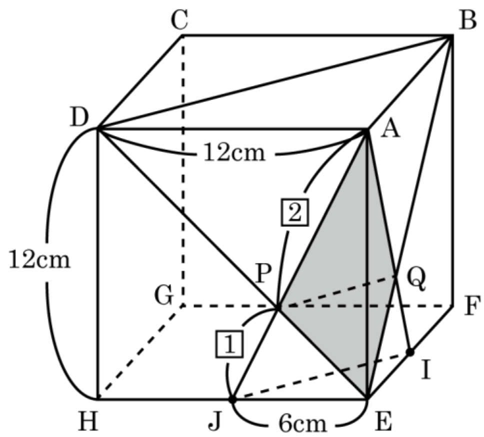
（図 1）

(2) AJ と DE が交わる点を P、AI と BE が交わる点を Q とします。

残った立体のうち辺 AE を含む立体は、（図 2）でかげをつけた四面体になります。

このうち、三角形 PQE が平面 EBD に含まれるため、求める面積は、三角形 APQ、三角形 APE、三角形 AQE の 3 つの面積の和となります。

まず、三角形 APQ を含む三角形 AJI の面積は、(1)で求めた正方形から三角形 AEI、三角形 AEJ、三角形 EJI の面積を除いて求められます。



（図 2）

$$144-(12\times 6\times \frac{1}{2}\times 2+6\times 6\times \frac{1}{2})=54（㎠）$$

より、三角形 AJI の面積は 54 ㎠となります。

ここで、AD と HE が平行であることから、三角形 ADP と三角形 JEP は相似となり、相似比は、12：6＝2：1 となります。

同じように、三角形 ABQ と三角形 IEQ も相似となり、相似比は 2：1 です。

AP：PJ＝AQ：QI＝2：1 であることから、三角形 AJI と三角形 APQ は相似となり、相似比は、(2＋1)：2＝3：2 となります。
三角形 AJI と三角形 APQ の面積比は、

3×3：2×2＝9：4

より、9：4 となるため、三角形 APQ の面積は、

$54\times\frac{4}{9}=24$（㎠）

より、24 ㎠です。
次に、三角形 APE と三角形 AJE の面積比は、AP と AJ の長さの比と等しくなるため、2：(2＋1)＝2：3 になります。
よって、三角形 APE の面積は、

$6\times12\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=24$（㎠）

より、24 ㎠です。
AP＝AQ、PE＝QE、AE は共通より、3 辺の長さが等しいため、三角形 APE と三角形 AQE は合同となり、三角形 AQE の面積も 24 ㎠となります。
以上より、求める 3 つの面の面積の和は、

24＋24×2＝72（㎠）

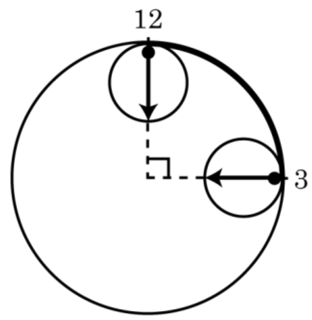
より、<u>72 ㎠</u>です。

$\boxed{8}$

(1) （図①）のように、小さい円が大きい円の 3 時の位置から 12 時の位置まで転がる時、小さい円は大きい円の周上の太線の部分を転がります。
太線の部分の長さは、

$8\times2\times3.14\times\frac{90}{360}=4\times3.14=12.56$（cm）

より、小さい円が転がった大きい円の周上の道のりは <u>12.56cm</u> です。



（図①）

(2) 小さい円の周の長さは、

2×2×3.14＝12.56（cm）

より、12.56cm となることから、(1)で求めた長さと同じになります。
よって、（図①）のように、大きい円の 3 時の位置にある小さい円が大きい円と接する部分を●とすると、大きい円の 12 時の位置まで転がった時には小さい円がちょうど 1 回転するため、小さい円が同じように●の部分で大きい円と接します。
これより、大きい円の 12 時の位置での矢印の向きは（図①）のように真下を向きます。
ここから（図 3）と（図 4）での矢印の向きについて考えて行きます。

① 小さい円が大きい円の 3 時の位置から 12 時の位置まで､大きい円の内側を 90 度転がった時に、

矢印の向きは時計回りに$\frac{3}{4}$回転することがわかります。

小さい円が大きい円の内側を 90 度転がる時に、小さい円自体が$\frac{3}{4}$回転するので、角度にして、

$$360\times\frac{3}{4}=270\text{（度）}$$

より、270 度回転することになります。

（図 2）から（図 3）までに、小さい円は大きい円の内側を、12 時から 7 時 30 分の位置まで、

$(360\div12)\times4.5=135$（度）

より、135 度転がるので、この間に小さい円自体は、

$$270\times\frac{135}{90}=405\text{（度）}$$

より、時計回りに 405 度回転します。

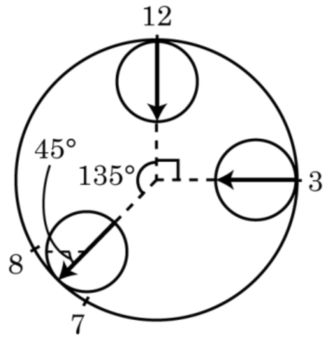
これは、

$405\div360=1$ あまり 45

より、時計回りに 1 回転と 45 度にあたります。

よって、（図 3）の位置での矢印の向きは、（図②）のように、

<u>水平から 45 度下向きになります</u>。



（図②）

② （図 1）から（図 4）までに、小さい円は大きい円の内側を 360 度転がるので、

$$270\times\frac{360}{90}=1080\text{（度）}$$

より、小さい円自体は時計回りに 1080 回転します。

これは、

$1080\div360=3$

より、3 回転ちょうどにあたります。

よって、（図 4）の位置での矢印の向きは、（図 1）の時と同じく、<u>水平に左を向きます</u>。