5月度　マンスリーテスト

予想問題

6年

算　数

[解答と解説]

中学受験鉄人会

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ (1) 105　(2) $\frac{5}{176}$　(3) $1\frac{1}{2}$

$\boxed{2}$ (1) 165（度）　(2) $13\frac{1}{3}$　(3) 300（g）　(4) 19（回転）

(5) 263（個）　(6) 3　(7) $57\frac{1}{7}$（m）

(8) 5250（m をこえて）5500（m まで）

$\boxed{3}$ (1) 4019.2（㎤）　(2) 4.5（cm）　(3) 1440（㎤）　(4) 10.5（cm）

(5) 20（等分）

$\boxed{4}$ (1) 600（㎠）　(2) 14.25（cm）

$\boxed{5}$ (1)（午前）9（時）20（分）　(2)（午後）6（時）55（分）

$\boxed{6}$ (1) 24（個）　(2) 54　(3) $7\frac{17}{42}$

$\boxed{7}$ (1) 24（㎠）　(2) 32（㎠）　(3) 112（㎠）

$\boxed{\text{配　点}}$　150 点満点

$\boxed{1}$ (1)(3) 5 点×2、(2) 6 点　$\boxed{2}$ (1)(5) 5 点×2、(2)(3)(4)(6)(7)(8) 6 点×6

$\boxed{3}$ (1)(2) 5 点×2、(3)(4)(5) 6 点×3　$\boxed{4}$ 6 点×2　$\boxed{5}$ 6 点×2　$\boxed{6}$ 6 点×3

$\boxed{7}$ 6 点×3

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{1}$ 計算

(2) $\frac{1}{132}+\frac{1}{156}+\frac{1}{182}+\frac{1}{210}+\frac{1}{240}$

$=\frac{1}{11\times12}+\frac{1}{12\times13}+\frac{1}{13\times14}+\frac{1}{14\times15}+\frac{1}{15\times16}$

$=\frac{1}{11}-\frac{1}{12}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{13}-\frac{1}{14}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{15}-\frac{1}{16}$

$=\frac{1}{11}-\frac{1}{16}$

$=\frac{5}{176}$

2 小問集合（文章題）

(1) ひとつの外角の大きさが、

360÷24＝15（度）

より 15 度であることから、ひとつの内角の大きさは、

180－15＝165（度）

より、165 度です。

(2) $2.625=2\frac{5}{8}=\frac{21}{8}$、$1.8=\frac{9}{5}$ より、求める数を$\frac{A}{B}$とすると、

$\frac{A}{B}\times\frac{21}{8}$、$\frac{A}{B}\times\frac{9}{5}$

がどちらも整数となることから、A は 8 と 5 の最小公倍数の 40、B は 21 と 9 の最大公約数の 3 になります。

よって、求める数は、$\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$ です。

(3) 食塩水を混ぜ合わせる様子は、右のような面積図で表すことができます。

斜線部分の面積が等しいため、7%の食塩水の重さと 14%の食塩水の重さの比は、

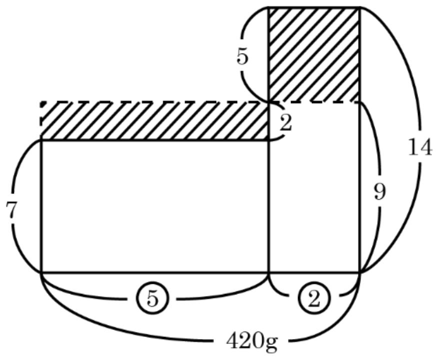
$\frac{1}{9-7}:\frac{1}{14-9}=5:2$

より、5 : 2 となります。

よって、7%の食塩水の重さは、

$420\times\frac{5}{5+2}=300$（g）

より、300g です。



(4) 3 つの歯車 A、B、C の同じ歯どうしがかみ合うのは、それぞれの歯の数の 36、24、16 の最小公倍数の 144 だけ歯が動いたときです。

このとき、歯車 A、B、C の回転数はそれぞれ以下の通りです。

A…144÷36＝4（回転）

B…144÷24＝6（回転）

C…144÷16＝9（回転）

よって、3 つの歯車は合わせて、

4＋6＋9＝19（回転）

より、19 回転します。

(5) 1 から 350 までに、6 の倍数は、

350÷6＝58 あまり 2

より、58 個あり、8 の倍数は、

350÷8＝43 あまり 6

より、43 個あります。

また、6 と 8 の公倍数（最小公倍数 24 の倍数）は、

350÷24＝14 あまり 14

より、14 個あります。

よって、1 から 350 までの整数の中で、6 でも 8 でも割り切れない整数は、

350－(58＋43－14)＝263（個）

より、263 個あります。

(6) $\frac{5}{21}$ を小数で表すと、

5÷21＝0.238095238095…

より、小数第一位以降に、数が［238095］と、6 個の周期で並びます。

よって、小数第五十位の数は、

50÷6＝8 あまり 2

より、3 となります。

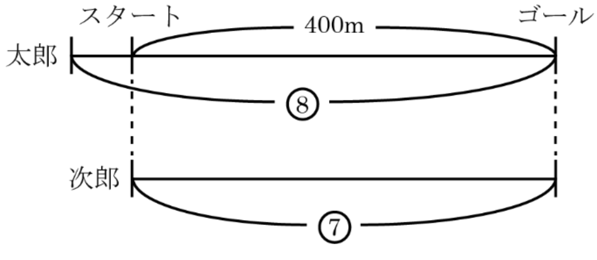
(7) 太郎君と次郎君の速さの比は、

400：(400－50)＝8：7

より、8：7 です。

次郎君が 400m 進む間に、太郎君は、

$400\times\frac{8}{7}=457\frac{1}{7}$ （m）

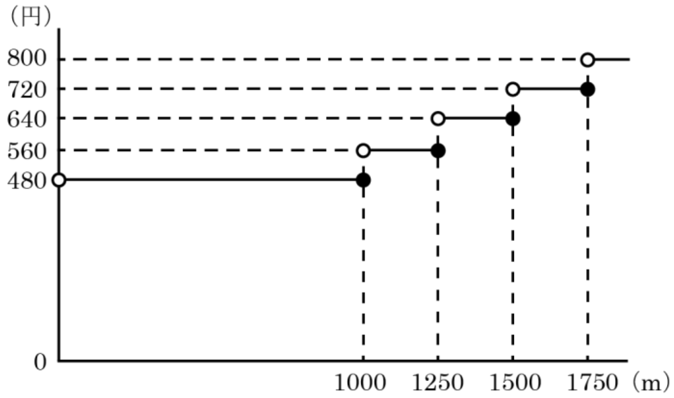


より、$457\frac{1}{7}$ m 進むため、2 人が同時にゴールに着くためには、太郎君は次郎君より、

$457\frac{1}{7}-400=57\frac{1}{7}$ （m）

より、<u>$57\frac{1}{7}$ m</u> 後方からスタートすればよいです。

(8) 右のグラフをもとに考えます。

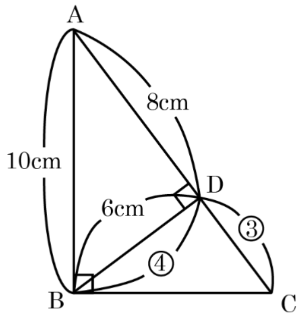


支払った料金が 1920 円であることから、
加算される料金は、
　(1920－480)÷80＝18
より、18 回ですので、利用した距離は
最も長くて、
　1000＋250×18
　＝1000＋4500
　＝5500（m）
より、5500m です。
　5500－250＝5250（m）
より、利用した距離の範囲は、<u>5250m をこえて 5500m まで</u>です。

$\boxed{3}$ 小問集合（図形）

(1) この展開図を組み立てると円柱になります。
円柱の底面の半径は、
　50.24÷3.14÷2＝8（cm）
より、8cm となるため、円柱の体積は、
　8×8×3.14×20＝4019.2（㎤）
より、<u>4019.2 ㎤</u>です。

(2) 三角形 ABC と三角形 ADB において、
　角 BAC＝角 DAB
　角 ABC＝角 ADB＝90 度
より、三角形 ABC と三角形 ADB は相似の関係になります。
また、三角形 ABC と三角形 BDC において、
　角 ACB＝角 BCD



角 ABC＝角 BDC＝90 度

より、三角形 ABC と三角形 BDC も相似の関係になります。

よって、三角形 ADB と三角形 BDC が相似の関係となることから、

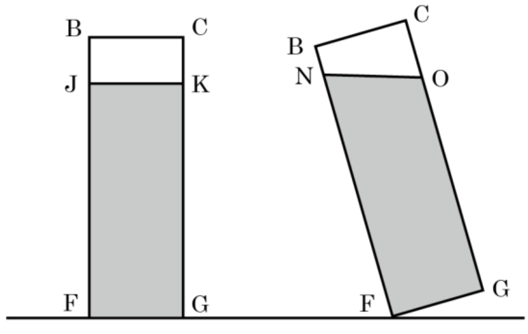
BD : CD＝AD : BD＝8 : 6＝4 : 3

より、BD : CD＝4 : 3 となるため、CD の長さは、

$6\times\frac{3}{4}=4.5$（cm）

より、4.5cm です。

(3) 容器を傾ける様子を、真正面から見た図で考えます。



（図①）　（図②）

水が入っていない部分の体積が等しいことから、（図①）の長方形 BJKC の面積と（図②）の台形 BNOC の面積が等しくなります。

BJ の長さを□cm とすると、以下の式が成り立ちます。

□×8＝(4＋8)×8÷2

よって、□は、

□＝(4＋8)÷2＝6

より、6 となります。

以上より、問題の（図 1）での水面の高さが、

36－6＝30（cm）

より、30cm となることから、水の体積は、

6×8×30＝1440（㎤）

より、1440 ㎤です。

(4) 容器 A と容器 B の中の水の体積が等しく、水面の高さの比が、

7.5 : 17.5＝3 : 7

より、3 : 7 となることから、底面積の比は、

$\frac{1}{3}:\frac{1}{7}=7:3$

より、7 : 3 となります。

容器 A の底面積を⑦、容器 B の底面積を③とすると、水の体積の合計は、

⑦×7.5×2＝105

より、 105 となります。

求める水面の高さを□cm とすると、以下の式が成り立ちます。

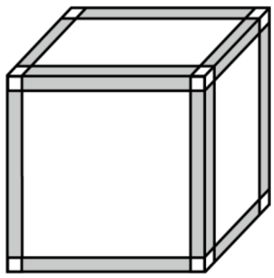
⑦×□＋③×□＝(⑦＋③)×□＝⑩×□＝ 105

よって、水面の高さは、

□＝ 105 ÷⑩＝10.5（cm）

より、10.5cm です。

(5) 小さい立方体のうち、2 面が赤いものは、右の図の影の部分にあります。



立方体の辺の数は 12 本あるので、影の部分も 12 個となります。

2 面が赤い立方体が 216 個あることから、影の部分 1 つに含まれる小さい立方体の数は、

216÷12＝18（個）

より、18 個となります。

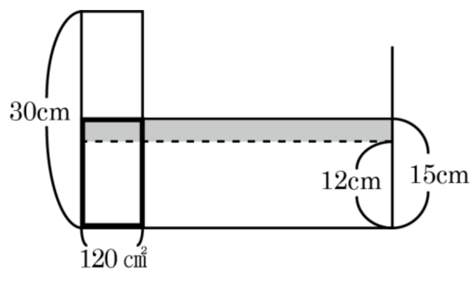
木材の 1 辺の両端にある立方体を含めて、

18＋2＝20（等分）

より、木材のそれぞれの辺を 20 等分したことになります。

4 立体図形（水位の変化）

(1) （図①）の太線枠の部分と影の部分の体積が等しくなります。



（図①）

太線枠の部分の体積は、

120×15＝1800（㎤）

より、1800 ㎤となるため、容器の底面積は、

1800÷(15－12)＝600（㎠）

より、600 ㎠となります。

(2) 棒をまっすぐ引き上げた時に、（図②）の影の部分の水が太線枠の部分に移動します。
太線枠の部分の体積が、

$120 \times 3 = 360$（㎤）

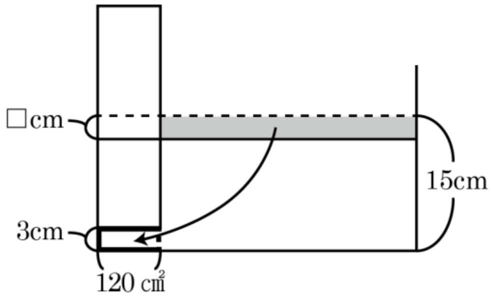
より、360 ㎤となることから、（図 2）の□の長さは、

$360 \div (600 - 120) = 0.75$（cm）

より、0.75cm となります。
よって、棒をまっすぐ 3cm 引き上げた時の水の深さは、

$15 - 0.75 = 14.25$（cm）

より、14.25cm です。



（図②）

[5] くるった時計

(1) 午前のある時刻に時計を見てから午後 5 時の時報までに、時計 P と時計 Q が進んだ時間は、以下のようになります。

	ある時刻		17 時		
時計 P	12 時 00 分	→	16 時 48 分	…	16 時 48 分－12 時 00 分＝4 時間 48 分
時計 Q	11 時 50 分	→	16 時 20 分	…	16 時 20 分－11 時 50 分＝4 時間 30 分

2 つの時計が同じ時間内に進んだ時間の比は、

4 時間 48 分：4 時間 30 分＝288 分：270 分＝16：15

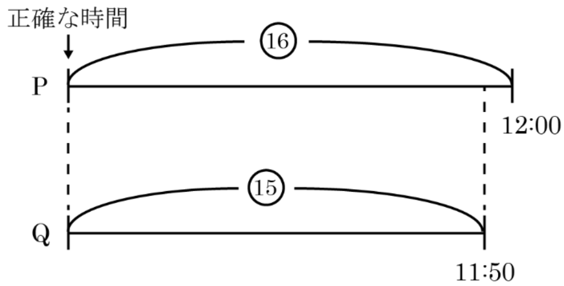
より、16：15 です。
時計 P が午前 12 時を指すまでに、時計 P は時計 Q より、（12 時－11 時 50 分＝）10 分多く進んだことから、右の図のように、時計 P が午前 12 時を指すまでに、

$10 \times \dfrac{16}{16-15} = 10 \times 16 = 160$（分）

より、160 分＝2 時間 40 分がたったことになります。
よって、2 つの時計を正確な時刻に合わせたのは、

12 時－2 時間 40 分＝9 時 20 分

より、午前 9 時 20 分です。



(2) 正確な時刻に合わせた午前9時20分から時報が鳴った午後5時までに

17時－9時20分＝7時間40分＝460分

より、460分がたっています。

460分間で時計Pは時計Qよりも、(4時48分－4時20分＝)28分多く進みましたので、時計Pが時計Qよりも35分多く進むまでにかかる時間は、

$460\times\frac{35}{28}$ ＝575（分）

より、575分となります。

よって、時計Pが時計Qより35分進んだ時刻は、

9時20分＋575分＝9時20分＋9時間35分＝18時55分

より、<u>午後6時55分</u>です。

6 既約分数

(1) 分母の42を素因数分解すると42＝2×3×7ですから、既約分数になるのは分子が2と3と7の倍数以外のときです。

0と1の間にあるものをすべて書き出すと、

$\frac{1}{42}$、$\frac{5}{42}$、$\frac{11}{42}$、$\frac{13}{42}$、$\frac{17}{42}$、$\frac{19}{42}$、$\frac{23}{42}$、$\frac{25}{42}$、$\frac{29}{42}$、$\frac{31}{42}$、$\frac{37}{42}$、$\frac{41}{42}$

の12個あり、1と2までには、$1\frac{1}{42}$、…$1\frac{41}{42}$ の12個あります。

よって、全部で、

12×2＝24（個）

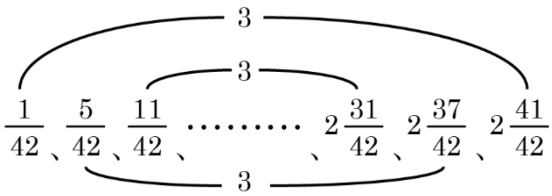
より、<u>24個</u>あります。

(2) (1)より、0と1、1と2のような連続する2個の整数の間には、条件に合う分数が12個ずつあることがわかります。

小さい方から36番目までということから、

36÷12＝3（個）

より、12個のまとまりがちょうど3個分あることになります。



小さい方から36番目の分数は、3の手前の$2\frac{41}{42}$で、この分数とはじめの$\frac{1}{42}$をたすと、

$$\frac{1}{42}+2\frac{41}{42}=3$$

より、3になります。

同じように、小さい方から2番目と35番目、3番目と34番目の分数をそれぞれたすと、3になります。

よって、小さい方から36番目までのものをすべて加えると、

$$3\times(36\div2)=54$$

より、<u>54</u>となります。

(3) 30÷4＝7.5より、4つの帯分数の整数部分は7と見当がつけられます。

そこで、下のような式が成り立ちます。

$$7\frac{A}{42}+7\frac{B}{42}+7\frac{C}{42}+7\frac{D}{42}=30$$

ここで、30から4つの帯分数の整数部分を引くと、

$$30-7\times4=2$$

より、

$$\frac{A}{42}+\frac{B}{42}+\frac{C}{42}+\frac{D}{42}=\frac{A+B+C+D}{42}=2$$

の式が成り立つことから、A＋B＋C＋D＝2×42＝84となります。

A、B、C、Dの4つの数の平均が84÷4＝21であることから、あてはまる分数の分子の、1、5、11、13、17、19、23、25、29、31、37、41のうち、21をはさむ、17、19、23、25について調べてみると、

$$\frac{17}{42}+\frac{19}{42}+\frac{23}{42}+\frac{25}{42}=\frac{84}{42}=2$$

より、条件を満たすことがわかります。

以上より、一番小さい分数は$\underline{7\frac{17}{42}}$です。

7 立体図形

(1) 積み上げる立方体の個数が同じときには、積み上げた立体ができるだけ立方体に近い形にする方が、重なる面が多くなって、表面積が小さくなります。

8 個の立方体の場合は、

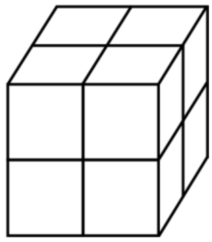
$2\times2\times2=8$（個）

より、（図①）のような 1 辺が（$1\times2=$）2cm の立方体にすれば

よいことから、求める表面積は、

$(2\times2)\times6=24$（㎠）

より、24 ㎠です。



（図①）

(2) 立方体の個数が 12 個の場合、積み上げた立体ができるだけ立方体に近い形になるのは、

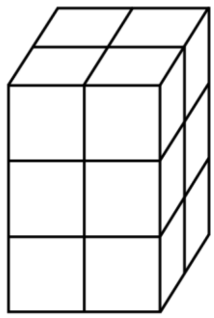
$2\times2\times3=12$

より、例えば（図②）のように、たて 2cm、横 2cm、高さ 3cm の直方体が考えられます。

よって、求める表面積は、

$(2\times2)\times2+(2\times3)\times4=8+24=32$（㎠）

より、32 ㎠です。



（図②）

(3) 80 を素因数分解すると、

$80=2\times2\times2\times2\times5$

となることから、立方体の個数が 80 個の場合、積み上げた立体ができるだけ立方体に近い形になるのは、

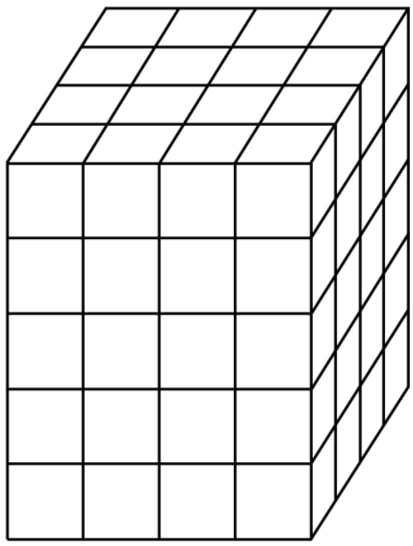
$(2\times2)\times(2\times2)\times5=4\times4\times5=80$

より、例えば（図③）のように、たて 4cm、横 4cm、高さ 5cm の直方体が考えられます。

よって、求める表面積は、

$(4\times4)\times2+(4\times5)\times4=32+80=112$（㎠）

より、112 ㎠です。



（図③）