5年生 第6回 公開組分けテスト

予想問題

算　数
［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1 (1)　2　(2)　28：5　(3)　$2\frac{1}{3}$

2 (1)　720(円)　(2)　7(個)　(3)　14(cm)　(4)　20 (分)

(5)　12(個目)　(6)　64(個)　(7)　3(年後)　(8)　3：5：7

3 (1)　800(個)　(2)　4(回)

4 (1)　1：2　(2)　150(㎠)

5 (1)　(時速)108(km)　(2)　200(m)　(3)　24(秒)

6 (1)　8(㎠)　(2)　4：7

7 (1)　12(個)、15(個)、18(個)　(2)　14(個)、16(個)、17(個)

8 (1)　$\frac{1}{5}$ (倍)　(2)　5：1：4　(3)　$\frac{7}{60}$ (倍)

配　点

各８点　※7 (1)(2)は、いずれも順不同、すべてできて得点

解　説

1

(2) $A\times\frac{3}{7}=B\div\frac{5}{12}$ より、$A\times\frac{3}{7}=B\times\frac{12}{5}$ となることから、A：B は、

$A：B=\frac{7}{3}：\frac{5}{12}=28：5$

より、28：5 です。

2

(1) 姉と妹の所持金の比が 4：3 で、合計金額が 1680 円であることから、妹の所持金は、

$1680\times\frac{3}{4+3}$ ＝720（円）

より、720 円です。

⑵ 16 個すべて商品 A を買ったとして、つるかめ算を使うと、

(2340－120×16)÷(180－120)＝7（個）

より、買った商品 B の個数は 7 個です。

⑶ AB と CD が平行であることから、三角形 ABE と三角形 DCE は相似になるため、BE : CE は、

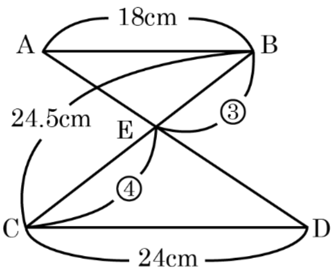
BE : CE＝AB : DC＝18 : 24＝3 : 4

より、3 : 4 です。

よって、CE の長さは、

$24.5\times\frac{4}{3+4}$ ＝14（cm）

より、14cm です。



⑷ 船が P 地点から Q 地点まで下る速さは、

2800÷14＝200（m／分）

より、分速 200m です。

川の流れの速さが分速 30m のため、この船が Q 地点から P 地点まで上る速さは、

200－30×2＝140（m／分）

より、分速 140m となります。

よって、この船が Q 地点から P 地点まで上るのにかかる時間は、

2800÷140＝20（分）

より、20 分です。

⑸ 水そうの水面よりも上の部分（水が入っていない部分）の容積は、

12×12×(14－9)＝720（㎤）

より、720 ㎤となります。

おもり 1 個の体積は、4×4×4（㎤）として表すことができます。

水そうに入れたおもりの体積の合計が、水面よりも上の部分の容積を超えたときに、水があふれますので、

720÷(4×4×4)＝$\frac{720}{4\times4\times4}$ ＝11.25

より、12 個目のおもりを入れたときに、水があふれます。

⑹ 春子さんが秋子さんにキャラメルをあげる前後で、2 人が持っているキャラメルの個数の合計は変

わりません。

次のように2人の持っているキャラメルの個数の比の和を、(4＋1＝)5と(5＋3＝)8の最小公倍数の40にそろえると、春子さんが秋子さんにあげたキャラメルの個数14個は、

$$4\times8-5\times5=7$$

より、比の7にあたります。

	春子		秋子		春子		秋子
前	4	：	1	×8 →	32	：	8
			↓ +14個				+7 ↓ +14個
後	5	：	3	×5 →	25	：	15

よって、はじめに春子さんが持っていたキャラメルの個数は、

$$(14\div7)\times32=64$$（個）

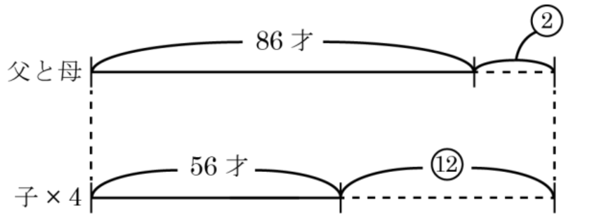
より、<u>64個</u>です。

(7) 父と母の年令の和が3人の子どもたちの年令の和の4倍になるのが、①年後とすると、以下の式が成り立ちます。

$$(44+①)+(42+①)=\{(8+①)+(4+①)+(2+①)\}\times4$$

$$86+②=56+⑫$$

より、右の図のようになることから、



$$86-56=⑫-②$$

より、①は、

$$30\div10=3$$

より、3となります。

よって、父と母の年令の和が3人の子どもたちの年令の和の4倍になるのは、<u>3年後</u>です。

(8) ア、イ、ウの部分は高さが等しいため、底辺の和の比は面積の比と等しく 13：10：7 となります。

GDの長さを7とすると、AD（＝BC）の長さは、

$$(13+10+7)\div2=15$$

より、15となります。

イの部分は平行四辺形であるため、EG（＝FC）の長さは、

$$10\div2=5$$

より、5 となるため、AE : EG : GD は、

$(15-5-7):5:7=3:5:7$

より、3 : 5 : 7 となります。

3

(1) N を素因数分解すると、

$25\times26\times27\times28\times29\times30$

$=(5\times5)\times(2\times13)\times(3\times3\times3)\times(2\times2\times7)\times29\times(2\times3\times5)$

$=(2\times2\times2\times2)\times(3\times3\times3\times3)\times(5\times5\times5)\times7\times13\times29$ … ★

となります。

2 が 4 個、3 が 4 個、5 が 3 個、7，13，29 がそれぞれ 1 個であることから、N の約数の個数は、

$(4+1)\times(4+1)\times(3+1)\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=800$（個）

より、800 個です。

(2) $6=2\times3$ より、N に［2、3］が 1 組ふくまれるごとに 6 で 1 回わり切れます。

★の式には 2、3 が 4 個ずつふくまれていますから、［2、3］は 4 組作れます。

よって、N は 6 で 4 回わり切れます。

4

(1) 長方形において、横の長さの比＝$\dfrac{\text{面積の比}}{\text{たての長さの比}}$ より、A と B の横の長さの比は、

$\dfrac{1}{12}:\dfrac{3}{18}=1:2$

より、1 : 2 です。

(2) A の横の長さを①cm とすると、B の横の長さは②cm、C の横の長さは(③－2)cm と表すことができます。

A、B、C の横の長さの合計が 22cm であることから、

①＋②＋(③－2)＝22

⑥＝22＋2＝24

より、①は、$(24\div6=)4$ となるため、C の横の長さは、

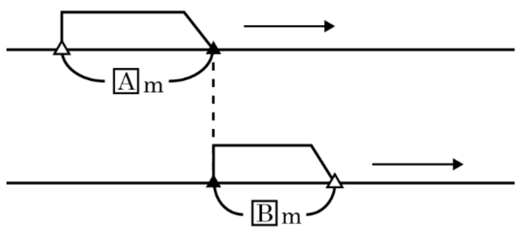
$4\times3-2=10$（cm）

より、10cm となります。
よって、C の面積は、
$$15\times10=150\ (\text{cm}^2)$$
より、<u>150 ㎠</u>です。

5

(1) 特急列車の長さを $\boxed{A}$ m、速さを秒速Ⓐm、普通列車と貨物列車の長さを $\boxed{B}$ m とします。

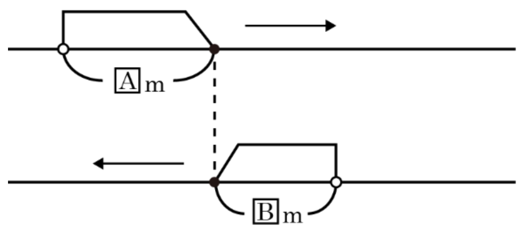
普通列車の速さ時速 72km は、秒速にすると、
$$72\times1000\div60\div60=20\ (\text{m/秒})$$
より、秒速 20m です。
特急列車が普通列車に追いついてから追いこすまでにかかる 36 秒は、(図 1) の特急列車の先頭と普通列車の最後尾（▲印）が重なってから、特急列車の最後尾と普通列車の先頭（△印）が重なるまでの時間で、式で表すと以下の通りとなります。



(図 1)

$$(\boxed{A}+\boxed{B})\div(Ⓐ-20)=36$$

貨物列車の速さ時速 54km は、秒速にすると、
$$54\times1000\div60\div60=15\ (\text{m/秒})$$
より、秒速 15m です。
特急列車と貨物列車がすれちがい始めてからすれちがい終わるまでにかかる時間 8 秒は、(図 2) の 2 つの列車の先頭（●印）が重なってから、2 つの列車の最後尾（○印）が重なるまでの時間で、式で表すと以下の通りとなります。



(図 2)

$$(\boxed{A}+\boxed{B})\div(Ⓐ+15)=8$$

ここで、2 つの式から、
$$(Ⓐ-20)\times36=(Ⓐ+15)\times8=(\boxed{A}+\boxed{B})$$
となることから、
$$(Ⓐ-20):(Ⓐ+15)=\frac{1}{36}:\frac{1}{8}=2:9$$
となり、［外項の積＝内項の積］より、
$$(Ⓐ-20)\times9=(Ⓐ+15)\times2$$

$Ⓐ\times9-180=Ⓐ\times2+30$

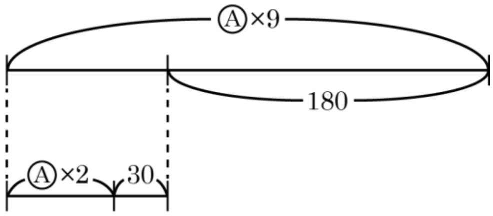
と表すことができます。

右の（図 3）より、

$180+30=Ⓐ\times9-Ⓐ\times2$

$210=Ⓐ\times7$

$Ⓐ=210\div7=30$



（図 3）

より、特急列車の速さは秒速 30m となり、

$30\times60\times60\div1000=108$（km/時）

より、時速 108km です。

(2) (1)より、特急列車と普通列車の長さの和は、

$(30-20)\times36=360$（m）

より、360m となります。

普通列車の長さは特急列車の長さより 40m 短いため、和差算の考え方より、特急列車の長さは、

$(360+40)\div2=200$（m）

より、200m です。

(3) 特急列車が鉄橋をわたり始めてからわたり終わるまでに進んだきょりは、

$200+520=720$（m）

より、720m となるため、かかった時間は、

$720\div30=24$（秒）

より、24 秒です。

$\boxed{6}$

(1) （図 1）のように、AD : DB＝1 : 3、AE : EC＝2 : 1

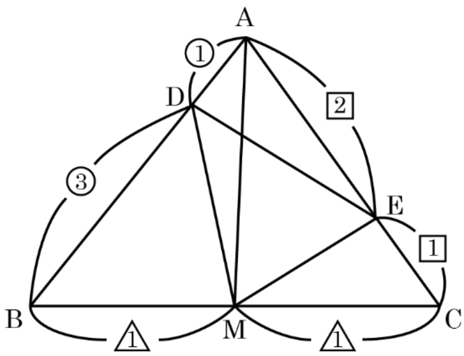
より、三角形 ADE の面積は、三角形 ABC の面積の、

(三角形 ADE の面積)＝(三角形 ABC の面積)

$$\times\frac{1}{1+3}\times\frac{2}{2+1}$$

$$=(\text{三角形 ABC の面積})\times\frac{1}{6}$$

より、$\frac{1}{6}$ 倍です。



（図 1）

よって、三角形 ADE の面積は、

$$48\times\frac{1}{6}=8\text{（㎠）}$$

より、8 ㎠です。

⑵ AD : DB＝1 : 3、BM : MC＝1 : 1 より、三角形 BDM の面積は、三角形 ABC の面積の、

$$(\text{三角形 BDM の面積})=(\text{三角形 ABC の面積})\times\frac{3}{1+3}\times\frac{1}{1+1}$$

$$=(\text{三角形 ABC の面積})\times\frac{3}{8}$$

より、$\frac{3}{8}$ 倍となるため、三角形 BDM の面積は、

$$48\times\frac{3}{8}=18\text{（㎠）}$$

より、18 ㎠です。

また、AE : EC＝2 : 1、BM : MC＝1 : 1 より、三角形 CEM の面積は、三角形 ABC の面積の、

$$(\text{三角形 CEM の面積})=(\text{三角形 ABC の面積})\times\frac{1}{2+1}\times\frac{1}{1+1}$$

$$=(\text{三角形 ABC の面積})\times\frac{1}{6}$$

より、$\frac{1}{6}$ 倍となるため、三角形 CEM の面積は、

$$48\times\frac{1}{6}=8\text{（㎠）}$$

より、8 ㎠です。

よって、三角形 DME の面積は、

48－(8＋18＋8)＝14（㎠）

より、14 ㎠となります。

（図 2）のように、三角形 ADE と三角形 DME の底辺を DE とした場合の高さを AQ、MR とすると、高さの比が面積の比と等しくなるため、AQ : MR は、

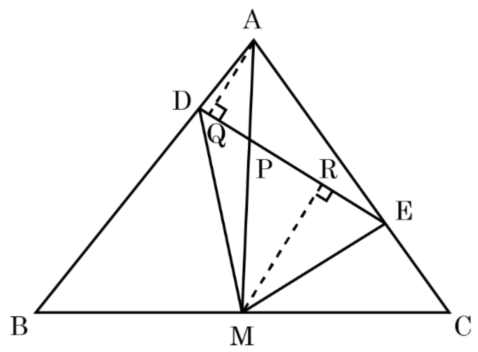
AQ : MR＝8 : 14＝4 : 7

より、4 : 7 となります。

三角形 AQP と三角形 MRP が相似となることから、AP : PM は、

AP : PM＝AQ : MR＝4 : 7

より、4 : 7 です。



（図 2）

$\boxed{7}$

⑴ ボールAの個数をa個、ボールCの個数をc個とすると、

$$8\times a+14\times c=150$$

という式が成り立ちます。

式全体を2で割ると、

$$4\times a+7\times c=75 \quad \cdots★$$

となります。

cに小さい方から数をあてはめて、★の式が成り立つ（a、c）の組を1組だけさがすと、（17、1）のときに成り立ちます。

4と7の最小公倍数が28であるため、$4\times a$の値を28減らす代わりに、$7\times c$の値を28増やしても、$4\times a+7\times b$の値は75のまま変わりません。

よって、aを$(28\div4=)7$減らして、cを$(28\div7=)4$増やすことで、★が成り立つ（a、c）の組を求めることができます。

以上より、右の表のようにまとめることで、ボールAとボールCの個数の合計は、<u>12個、15個、18個</u>と求められます。

−7　−7

a	17	10	3
c	1	5	9

+4　+4

⑵ ボールAの個数をa個、ボールBの個数をb個、ボールCの個数をc個とすると、

$$8\times a+9.6\times b+14\times c=150$$

という式が成り立ち、式全体を2で割ると、

$$4\times a+4.8\times b+7\times c=75$$

となります。

ここで、a、b、cはいずれも整数で、$4\times a$、$7\times c$、75がすべて整数になることから、$4.8\times b$は75以下の整数となる必要があり、これを満たすbは、5、10、15の3通りです。

・$b=5$の場合

$$4\times a+7\times c=51$$

となり、⑴と同じように考えて、

（a、b、c）＝（11、5、1）、（4、5、5）

の2通りが考えられ、個数の合計はそれぞれ、17個、14個です。

・$b=10$の場合

$$4\times a+7\times c=27$$

となり、⑴と同じように考えて、

（a、b、c）＝（5、10、1）

の1通りが考えられ、個数の合計は、16個です。

・b＝10 の場合

$4\times a+7\times c=3$

となりますが、この式を満たす a、c はありません。

以上より、ボールの個数の合計として考えられるものは、<u>14 個、16 個、17 個</u>です。

$\boxed{8}$

(1) AB と CD が平行であることから、三角形 EBG と三角形 CDG は相似となり、BG : DG は、

BG : DG＝BE : DC＝12 : 8＝3 : 2

より、3 : 2 となります。

よって、三角形 CDG の面積は、三角形 BCD の面積の、

(三角形 CDG の面積)＝(三角形 BCD の面積)$\times\frac{2}{3+2}=\frac{2}{5}$

より、$\frac{2}{5}$ 倍です。

また、三角形 BCD の面積は、四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ 倍のため、三角形 CDG の面積は、四角形 ABCD の面積の、

(三角形 CDG の面積)＝(四角形 ABCD の面積)$\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}$

＝(四角形 ABCD の面積)$\times\frac{1}{5}$

より、$\underline{\frac{1}{5}}$ 倍となります。

(2) (1)より、

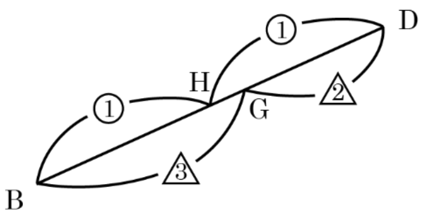
BG : DG＝3 : 2　…（ア）

また、AB と CD が平行であることから、三角形 ABH と三角形 CDH は相似となり、BH : DH は、

BH : DH＝AB : CD＝8 : 8＝1 : 1　…（イ）

より、1 : 1 となります（平行四辺形の対角線が、それぞれの真ん中の点で交わることからも求められます）。

BD の長さは、（ア）の比では(3＋2＝)5、（イ）の比では(1＋1＝)2 とそろっていないので、BD の長さを 5 と 2 の最小公倍数の 10 にそろえると、次のようになります。



$BG : GD = 3 : 2 \xrightarrow[\times 2]{} 6 : 4$

$BH : DH = 1 : 1 \xrightarrow[\times 5]{} 5 : 5$

以上より、BH : HG : GD＝5 : (6－5) : 4＝<u>5 : 1 : 4</u> となります。

(3) (2)より、BH : HG : GD＝5 : 1 : 4 であることから、三角形 CGH の面積は三角形 BCD の面積の、

$$(\text{三角形 CGH の面積})=(\text{三角形 BCD の面積})\times\frac{1}{5+1+4}$$

$$=(\text{三角形 BCD の面積})\times\frac{1}{10}$$

より、$\frac{1}{10}$ 倍です。

また、三角形 BCD の面積は、四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ 倍のため、三角形 CGH の面積は四角形 ABCD の面積の、

$$(\text{三角形 CGH の面積})=(\text{四角形 ABCD の面積})\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{10}$$

$$=(\text{四角形 ABCD の面積})\times\frac{1}{20}$$

より、$\frac{1}{20}$ 倍となります。

AB と CD が平行であることから、三角形 AEF と三角形 DCF は相似となり、AF : DF は、

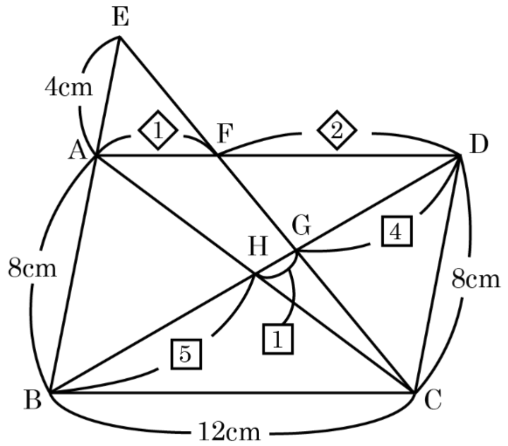
AF : DF＝AE : DC＝(12－8) : 8＝4 : 8＝1 : 2

より、1 : 2 であるため、三角形 ACF の面積は三角形 ACD の面積の、

$$(\text{三角形 ACF の面積})=(\text{三角形 ACD の面積})\times\frac{1}{1+2}$$

$$=(\text{三角形 ACD の面積})\times\frac{1}{3}$$

より、$\frac{1}{3}$ 倍です。



また、三角形 ACD の面積は、四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ 倍のため、三角形 ACF の面積は四角形 ABCD の面積の、

(三角形 ACF の面積)＝(四角形 ABCD の面積)×$\frac{1}{2}$ ×$\frac{1}{3}$

＝(四角形 ABCD の面積)×$\frac{1}{6}$

より、$\frac{1}{6}$ 倍となります。

四角形 AHGF の面積は、三角形 ACF の面積から三角形 CGH の面積を除くと求められるため、

(四角形 AHGF の面積)＝(三角形 ACF の面積)－(三角形 CGH の面積)

$=\frac{1}{6}-\frac{1}{20}$

$=\frac{7}{60}$

より、四角形 AHGF の面積は四角形 ABCD の面積の$\underline{\frac{7}{60}}$ 倍となります。

【別解】

AF：DF＝1：2 より、三角形 CDF の面積は三角形 ACD の面積の、

(三角形 CDF の面積)＝(三角形 ACD の面積)×$\frac{2}{1+2}$

＝(三角形 ACD の面積)×$\frac{2}{3}$

より、$\frac{2}{3}$ 倍です。

また、三角形 ACD の面積は、四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$ 倍のため、三角形 CDF の面積は四角形 ABCD の面積の、

$$(三角形 CDF の面積)=(四角形 ABCD の面積)\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$$

$$=(四角形 ABCD の面積)\times\frac{1}{3}$$

より、$\frac{1}{3}$ 倍となります。

(1)より三角形 CDG の面積は、四角形 ABCD の面積の$\frac{1}{5}$ 倍であることから、三角形 DFG の面積は、

$$(三角形 DFG の面積)=(三角形 CDF の面積)-(三角形 CDG の面積)$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$$

$$=\frac{2}{15}$$

より、$\frac{2}{15}$ 倍となります。

三角形 ADH の面積は、四角形 ABCD の面積の($\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=$) $\frac{1}{4}$ 倍です。

四角形 AHGF の面積は、三角形 ADH の面積から三角形 DFG の面積を除くと求められるため、

$$(四角形 AHGF の面積)=(三角形 ADH の面積)-(三角形 DFG の面積)$$

$$=\frac{1}{4}-\frac{2}{15}$$

$$=\frac{7}{60}$$

より、四角形 AHGF の面積は四角形 ABCD の面積の$\underline{\frac{7}{60}}$ 倍となります。