5年生 第8回 公開組分けテスト

予想問題

算　数
［解答と解説］

中学受験鉄人会

解　答

1 (1) 142 (2) $2\frac{7}{15}$ (3) $1\frac{11}{36}$

2 (1) 18(個) (2) 4(㎠) (3) 9(日) (4) 8(㎠)

(5) 11(回目) (6) (午前)8(時)4(分) (7) $96\frac{3}{4}$ (㎤) (8) 72(個)

(9) 4(cm)

3 (1) 360(人) (2) 9(か所)

4 (1) 1：2 (2) 4：5：3 (3) $\frac{1}{24}$ (倍)

5 (1) 10 (2) 54(個)

6 (1) 72(㎤) (2) 2(cm) (3) 16(㎠)

7 (1) 48(cm) (2) 5：3 (3) 36 (cm)

配　点

各８点

解　説

2

(1) 連除法で表すと、右のようになるため、252 を素因数分解すると、以下の通りになります。

$$\begin{array}{r|r} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

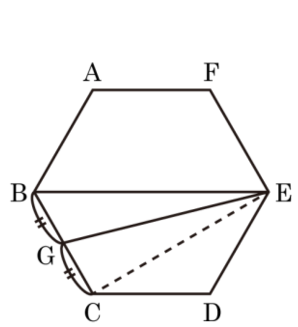
252＝2×2×3×3×7

よって、252 の約数の個数は、

(2＋1)×(2＋1)×(1＋1)＝18（個）

より、18 個です。

(2) 右の図で BG＝CG のため、三角形 BGE の面積は、三角形 BCE の面積の$\frac{1}{2}$ となり、三角形 BCE の面積は正六角形 ABCDEF の面積の$\frac{1}{3}$ となります。



よって、三角形 BGE の面積は、

$$24\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=4\text{（㎠）}$$

より、4 ㎠です。

(3) A さん 1 人ですると 12 日かかり、B さん 1 人ですると 36 日かかることから、全体の仕事量を 12 と 36 の最小公倍数から㊱とすると、A さん、B さんそれぞれが 1 日でする仕事量は、以下の通りになります。

㊱÷12＝③ … A さん 1 日でする仕事量

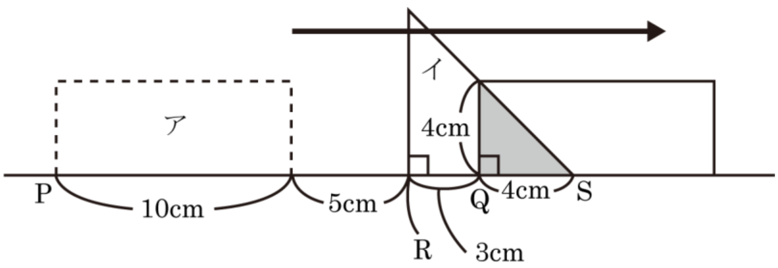
㊱÷36＝① … B さん 1 日でする仕事量

よって、この仕事を A さんと B さんの 2 人ですると、

㊱÷(③＋①)＝9（日）

より、9 日かかります。

(4) 長方形アが動き始めてから 18 秒後に、長方形アの頂点 P が、下の図のように頂点 Q の位置まで移動します。



このとき、図の QR の長さは、

1×18－(10＋5)＝3（cm）

より、3cm となるため、QS の長さは、

7－3＝4（cm）

より、4cm となり、長方形アと直角二等辺三角形イが重なる影の部分は、直角をはさむ 2 辺の長さが 4cm の直角二等辺三角形となります。

よって、2 つの図形が重なっている部分の面積は、

$$4\times4\times\frac{1}{2}=8\text{（㎠）}$$

より、8 ㎠です。

(5) A を素因数分解すると、以下の通りとなります。

$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11\times12$

$=1\times2\times3\times(2\times2)\times5\times(2\times3)\times7\times(2\times2\times2)\times(3\times3)\times(2\times5)\times11\times(2\times2\times3)$

素因数分解の結果、2 が 10 個あるため、2 で 10 回わり切れ、11 回目ではじめて商が整数でなくなります。

(6) 春子さんの歩く速さと走る速さの比は、

$1:3.5=2:7$

より、2 : 7 であるため、歩くときと走るときで同じ道のりを進むのに歩くときにかかる時間の比は、

$\frac{1}{2}:\frac{1}{7}=7:2$

より、7 : 2 です。

この比の差(7－2＝)5 が、(2＋3＝)5 分にあたるので、春子さんが家から学校までの道のりの$(1-\frac{3}{4}=)$ $\frac{1}{4}$ を歩いたときにかかった時間は、

$5\times\frac{7}{5}=7$（分）

より、7 分となるため、家から学校までの道のりをすべて歩いたときにかかる時間は、

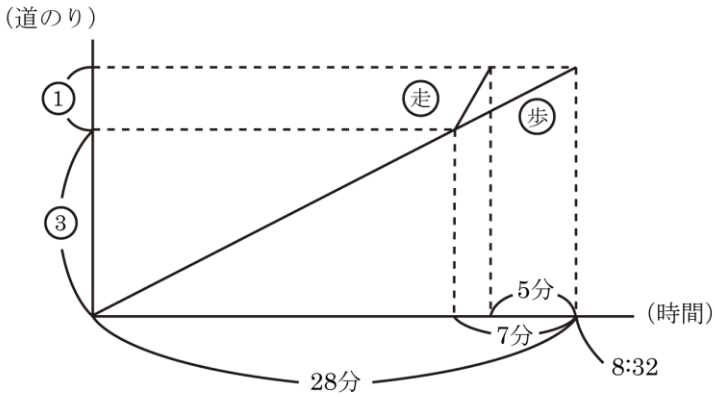
$7\div\frac{1}{4}=28$（分）

より、28 分となります。

よって、右のグラフより、春子さんが家を出発した時刻は、

午前 8 時 30 分＋2 分－28 分＝午前 8 時 4 分

より、午前 8 時 4 分です。



(7) 3 点 G、E、F を通る平面でこの立体を切ると、右の図のようになります。

三角形 IAG と三角形 IDE は相似となり、相似比は、

IA : ID＝AG : DE＝(8－3) : 8＝5 : 8

より、5 : 8 となります。

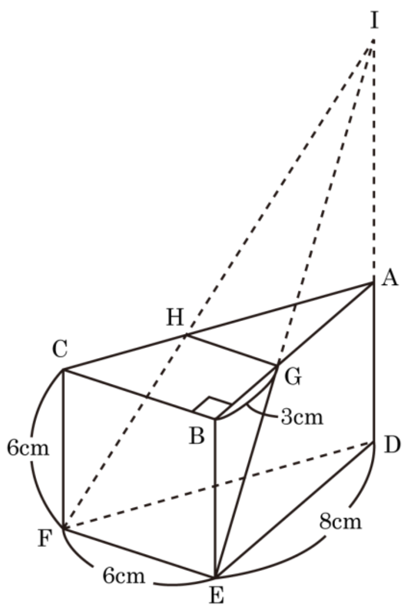
ID の長さは、

$6\times\frac{8}{8-5}=16$（cm）

より、16cm となり、IA の長さは、

16－6＝10（cm）

より、10cm となります。



また、三角形 AGH と三角形 ABC は相似となり、AG : AB＝5 : 8 となるため、GH の長さは、

$6\times\frac{5}{8}=\frac{15}{4}$ （cm）

より、$\frac{15}{4}$ cm となります。

点 D をふくむ立体の体積は、三角すい I－DEF の体積から三角すい I－AGH の体積を引いて求められるため、

$6\times8\times\frac{1}{2}\times16\times\frac{1}{3}-\frac{15}{4}\times5\times\frac{1}{2}\times10\times\frac{1}{3}=128-31\frac{1}{4}=96\frac{3}{4}$ （㎤）

より、$96\frac{3}{4}$ ㎤です。

(8) 216 を素因数分解すると、

216＝2×2×2×3×3×3

となることから、分母が 2 の倍数か 3 の倍数になると約分ができます。

1 から 216 までの整数で、2 の倍数、3 の倍数、2 と 3 の最小公倍数である 6 の倍数の個数を調べると、

216÷2＝108（個） …2 の倍数の個数

216÷3＝72（個） …3 の倍数の個数

216÷6＝36（個） …6 の倍数の個数

よって、1 から 216 までの整数で 2 または 3 の倍数の個数は、

108＋72－36＝144（個）

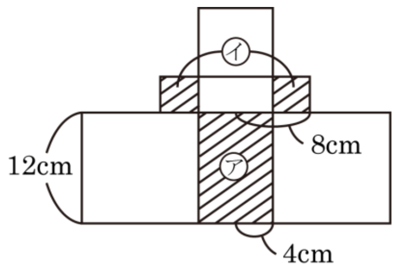
より、144 個となります。

よって、1 以下の分数のうち、分母が 216 の分数で約分できるものが 144 個あるため、既約分数の個数は、

216－144＝72（個）

より、72 個です。

(9) 円柱の棒を容器の底につくまでまっすぐ入れると、水面がちょうど容器の一番上までできたため、右の図のアの部分とイの部分の体積が等しくなります。



アの部分の体積は、

4×4×3.14×12＝192×3.14（㎤）

より、192×3.14（㎤）となります。

イの部分の底面積は、

$8\times8\times3.14-4\times4\times3.14=48\times3.14$（㎠）

より、48×3.14（㎠）となります。

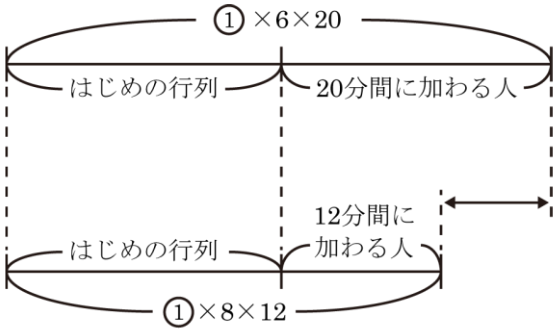
よって、容器の㋑の円柱の部分の高さは,

$192\times3.14\div(48\times3.14)=4$（cm）

より、4cm です。

3

(1) 1 か所の受付窓口から 1 分間に入園する人数を①とすると、6 か所の受付窓口から 20 分で入園する人数と、8 か所の受付窓口から 12 分で入園する人数の差は、



①×6×20－①×8×12＝㉔

より、㉔と表すことができます。

これが、(20－12＝)8 分間に行列に加わる人数と等しく、その人数は、

$18\times8=144$（人）

より、144 人ですから、①あたりの人数、つまり、1 か所の受付窓口から 1 分間に入園する人数は、

$144\div24=6$（人）

より、6 人です。

受付窓口を 8 か所にすると、行列の人数は 1 分間に、

$6\times8-18=30$（人）

より、30 人ずつ減っていき、12 分で行列がなくなりますから、午前 8 時 30 分の時点の行列の人数は、

$30\times12=360$（人）

より、360 人です。

(2) 10 分で行列がなくなることから、

$360\div10=36$（人／分）

より、1 分間に 36 人ずつ行列の人数が減ればよいことになり、1 分あたり 18 人の割合で来園客が行列に加わることから、合計して 1 分間に

$36+18=54$（人）

を減らすことになります。

1 か所の受付窓口から 1 分間に入園する人数は(1)より 6 人なので、

54÷6＝9（か所）
より、受付窓口を<u>9か所</u>にすると10分で行列がなくなります。

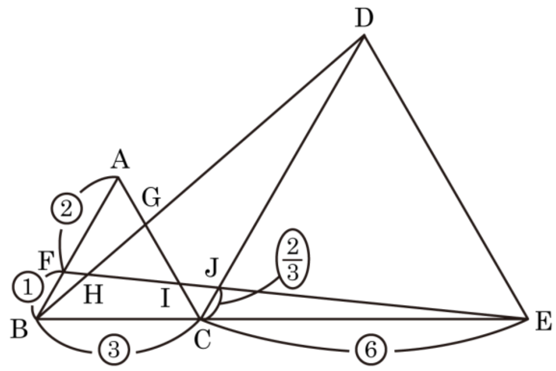
4

⑴ AF : FB＝2 : 1より、（図1）のように、AFの長さを②、FBの長さを①とすると、ABの長さは③となり、三角形ABCが正三角形であるため、BCの長さも③となります。

BC : CE＝1 : 2より、CEの長さは、

$$③\times\frac{2}{1}=⑥$$

より、⑥となり、三角形DCEが正三角形であるため、CDの長さも⑥となります。



（図1）

角BAG、角DCGの大きさがどちらも60度であることから、ABとCDは平行となり、三角形ABGと三角形CDGが相似となるため、

BG : DG＝AB : CD＝③ : ⑥＝1 : 2

より、BG : GDは<u>1 : 2</u>です。

⑵ 三角形ABGと三角形CDGが相似となるため、⑴よりAG : CGは1 : 2となります。
三角形ECJと三角形EBFが相似となるため、

JC : FB＝EC : EB＝2 : (2＋1)＝2 : 3

より、JC : FB＝2 : 3となることから、JCの長さは、

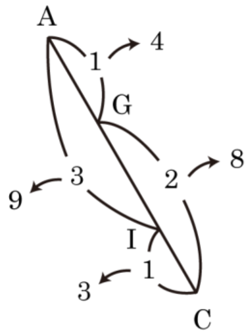
$$①\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

より、$\frac{2}{3}$となります。

三角形AFIと三角形CJIが相似となるため、

$$\text{AI : CI＝AF : CJ＝②} : \frac{2}{3}＝3 : 1$$

より、AI : IC＝3 : 1となります。



（図2）

AG : GC＝1 : 2、AI : IC＝3 : 1より、それぞれの比の和、(1＋2＝)3、(3＋1＝)4の最小公倍数12にそろえると、（図2）の通り、

AG : GI : IC＝4 : (9－4) : 3＝4 : 5 : 3

より、AG : GI : IC は、4 : 5 : 3 となります。

(3) DC : JC は、

$$DC : JC = ⑥ : \frac{2}{3} = 9 : 1$$

より、9 : 1 となります。

GC : IC は、(2)より、

GC : IC＝(5＋3) : 3＝8 : 3

より、8 : 3 となります。

よって、三角形 JIC の面積は三角形 DGC の面積の、

$$\frac{1}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{24} \quad (倍)$$

より、$\frac{1}{24}$ 倍です。

$\boxed{5}$

(1) 144 と 336 の公約数の個数は、144 と 336 の最大公約数の約数の個数です。

右の（図 1）の連除法より、144 と 336 の最大公約数は、

2×2×2×2×3＝48

より、48 となります。

48 を素因数分解した結果は、上の通り、48＝2×2×2×2×3 となることから、

48 の約数は、

(4＋1)×(1＋1)＝10（個）

より 10 個となるため、《144、336》の値は、10 となります。

$$\begin{array}{r|rr}
2 & 144 & 336 \\ \hline
2 & 72 & 168 \\ \hline
2 & 36 & 84 \\ \hline
2 & 18 & 42 \\ \hline
3 & 9 & 21 \\ \hline
 & 3 & 7
\end{array}$$

（図 1）

(2) 《x、30》＝1 より、x と 30 の公約数の個数が 1 個となることから、x は 30 との公約数が 1 以外にないことになります。

30 を素因数分解すると、「30＝2×3×5」と表すことができるため、x は 2 の倍数でも、3 の倍数でも、5 の倍数でもない数になります。

ここで、1～200 までの数についてあてはまる数を調べるにあたって、まずは 1～30 について調べると、（図 2）のようになります。

1 ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~

11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~

~~21~~ ~~22~~ 23 ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ ~~27~~ ~~28~~ 29 ~~30~~

（図 2）

31～60 については、（図 2）の結果に、それぞれ 2、3、5 の公倍数である 30 をたすことになるため、あてはまる数の個数は 1～30 と同じになります。

61～90 から 151～180 についても、（図 2）の結果に、それぞれ(30×2＝)60 をたすことになるため、あてはまる数の個数は 1～30 と同じになります。

あとは 181～200 について調べると、「181、187、191、193、197、199」が 2 の倍数でも、3 の倍数でも、5 の倍数でもない数です。

以上をまとめると、《a、30》＝1 を満たす、200 以下の整数 x の個数は、

$8\times6+6=54$（個）

より、54 個となります。

$\boxed{6}$

(1) ＜立体 S＞の体積は、立方体 ABCD－EFGH の体積から、頂点 A、C、F、H をそれぞれ含む三角すいの体積の合計を引いて求めることができます。

三角すいの体積は、

$6\times6\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}=36$（㎤）

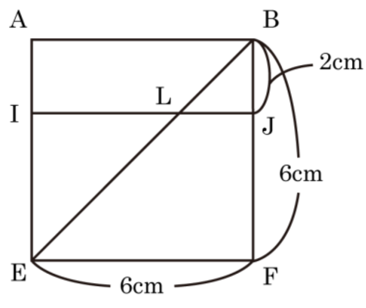
より、36 ㎤となるため、＜立体 S＞の体積は、

$6\times6\times6-36\times4=72$（㎤）

より、72 ㎤です。

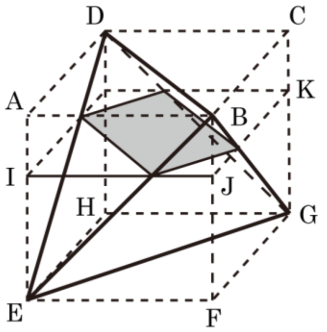
(2) （図 1）で IJ と EF が平行であることから、三角形 BLJ と三角形 BEF は相似となります。

よって、JL＝BJ＝2cm より、JL の長さは、2cm です。

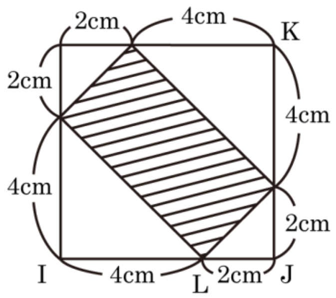


（図 1）

(3) ＜立体 S＞を 3 点 I、J、K を通る平面で切ったとき、切り口は（図 2）の影の部分となります。



（図 2）



（図 3）

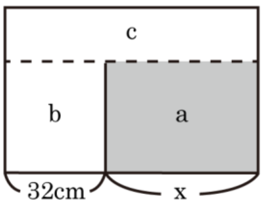
この切り口を立方体 ABCD－EFGH の真上から見ると、（図 3）の斜線部分となることから、その面積は、

$$6\times6-(4\times4\times\frac{1}{2}+2\times2\times\frac{1}{2})\times2=36-20=16\ (\text{cm}^2)$$

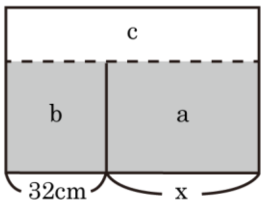
より、16 ㎠です。

□7

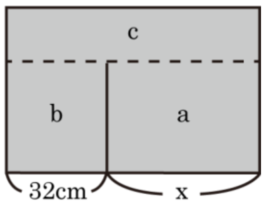
(1) 満水になった時間を□分後とすると、水そうに入る水の量は、（図①）から（図⑤）のように変化します。



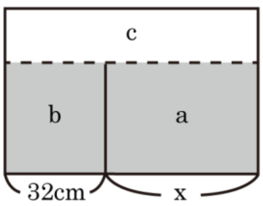
（図①）9分後



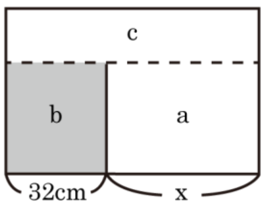
（図②）15分後



（図③）□分後



（図④）35分後



（図⑤）50分後

1 分間に給水する量は一定で、グラフより、a の部分に給水するのにかかった時間は 9 分、b の部分に給水するのにかかった時間は、(15－9)＝6 分であることから、a と b の部分の体積の比は、

9 : 6＝3 : 2

より、3 : 2 となります。

よって、底面 A と底面 B の面積の比も 3 : 2 となり、どちらもたての長さが 40cm で共通している

ため、横の長さの比も 3：2 となるため、x の長さは、

$$32\times\frac{3}{2}=48\text{（cm）}$$

より、<u>48cm</u> です。

⑵ a の部分を排水するのにかかった時間は、

50－35＝15（分）

より、15 分であるため、a の部分に給水するのにかかった時間と排水するのにかかった時間の比は、

9：15＝3：5

より、3：5 となります。

よって、1 分間に給水する量と排水する量の比は、

$$\frac{1}{3}:\frac{1}{5}=5:3$$

より、<u>5：3</u> です。

⑶ ⑵より、同じ体積に給水するのにかかった時間と排水するのにかかった時間の比は 3：5 となるため、c の部分に給水するのにかかった時間と排水するのにかかった時間の比も 3：5 となります。

グラフより、c の部分に給水してから排水するまでにかかった時間は、

35－15＝20（分）

より、20 分となるため、c の部分に給水するのにかかった時間は、

$$20\times\frac{3}{3+5}=7.5\text{（分）}$$

より、7.5 分となります。

a と b を合わせた部分と、c の部分に給水するのにかかった時間の比は、

15：7.5＝2：1

より、2：1 であるため、a と b を合わせた部分と、c の部分の体積の比も 2：1 となり、どちらも底面積は水そう全体の底面積で共通しているため、高さの比は 2：1 となります。

よって、水そうの高さと仕切り板の高さの比は、

(2＋1)：2＝3：2

より、3：2 であることから、仕切り板の高さは、

$$54\times\frac{2}{3}=36\text{（cm）}$$

より、<u>36cm</u> です。