３月度入室・組分けテスト

予想問題

新 6 年（現 5 年）

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ (1) $1\frac{7}{12}$　(2) 7　(3) 999

$\boxed{2}$ (1) 967　(2) 9(回目)　(3) 87.5(km)　(4) 14(人)

(5) 27(通り)　(6) 36

$\boxed{3}$ (1) 120(度)　(2) $84\frac{21}{26}$ (㎠)　(3) 5760(㎤)　(4) 42(㎠)

$\boxed{4}$ (1) 144(枚)　(2) 66(枚)　(3) 231(枚)

$\boxed{5}$ (1) 32(枚)　(2) 80(枚)　(3) 7040(円)

$\boxed{6}$ (1) 26(㎠)　(2) 1 : 2　(3) $27\frac{1}{3}$ (㎠)

$\boxed{7}$ (1) 2(倍)　(2) 1.5(倍)　(3) 12(分後)

$\boxed{\text{配　点}}$　150 点満点

$\boxed{1}$ 6 点×3　$\boxed{2}$ 6 点×6　$\boxed{3}$ 6 点×4　$\boxed{4}$ 6 点×3　$\boxed{5}$ 6 点×3

$\boxed{6}$ 6 点×3　$\boxed{7}$ 6 点×3

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{1}$ 計算問題

(3)
$$\begin{aligned}&9.99\times54.2+99.9\times3.65+0.999\times93\\=&9.99\times54.2+9.99\times36.5+9.99\times9.3\\=&9.99\times(54.2+36.5+9.3)\\=&9.99\times100\\=&\underline{999}\end{aligned}$$

$\boxed{2}$ 小問集合

(1) P、Q、R を整数として、3 で割ると 1 余る数を「3×P＋1」、4 で割ると 3 余る数を「4×Q＋3」、5 で割ると 2 余る数を「5×R＋2」とすると、それぞれに当てはまる数は

以下の通りとなります。

$3 \times P + 1 \rightarrow 1、4、7、\cdots$

$4 \times Q + 3 \rightarrow 3、7、11、\cdots$

$5 \times R + 2 \rightarrow 2、7、12、\cdots$

上の通り、3 で割ると 1 余り、4 で割ると 3 余り、5 で割ると 2 余る数の中で最も小さい数は「7」となります。

7 からは、3 つの条件を満たす数は、3 と 4 と 5 の最小公倍数である 60 ごとに現れるため、「60 の倍数に 7 を加えた数」となります。

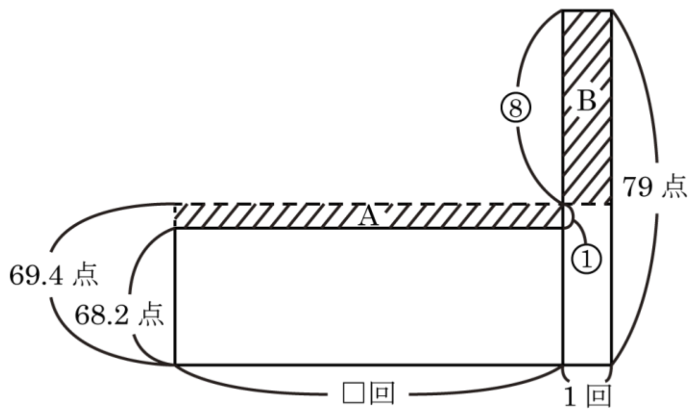
1000÷60＝16 余り 40

より、3 で割ると 1 余り、4 で割ると 3 余り、5 で割ると 2 余る 3 けたの整数で、最も大きい数は、

$7 + 16 \times 60 = 967$

より、967 です。

(2) 右の面積図で考えます。



斜線部分の A と B の長方形の面積が等しいため、A と B の長方形の横の長さの比は、

$$\frac{1}{69.4-68.2} : \frac{1}{79-69.4}$$

$$= \frac{1}{1.2} : \frac{1}{9.6} = 8 : 1$$

より、8 : 1 となり、□は、

$$1 \times \frac{8}{1} = 8$$

より、8 となります。

よって、次のテストは(8＋1＝)9 回目です。

(3) 船の上りの速さは、

30－5＝25（km/時）

より、時速 25km で、下りの速さは、

30＋5＝35（km/時）

より、時速 35km です。

上りにかかる時間と下りにかかる時間の比は、

$$\frac{1}{25} : \frac{1}{35} = 7 : 5$$

より、7：5となります。
よって、上りにかかる時間は、

$$6\times\frac{7}{7+5}=3.5\text{（時間）}$$

より、3.5時間となるため、この川の距離は、

$$25\times3.5=87.5\text{（km）}$$

より、<u>87.5km</u>です。

(4) 過不足算の考え方で、子ども全員の人数は、

$$(52+44)\div(9-5)=96\div4=24\text{（人）}$$

より、24人で、キャラメルの個数は、

$$24\times5+52=172\text{（個）}$$

より、172個となります。
また、つるかめ算の考え方で、女子全員の人数は、

$$(172-6\times24)\div(8-6)=14\text{（人）}$$

より、<u>14人</u>です。

(5) 3つのサイコロの目の出方を（a、b、c）のかたちで整理した後に、それぞれの出方について、大・中・小のサイコロの目の出方が何通りあるかを考えると、

（6、3、1）… $3\times2\times1=6$（通り）
（6、2、2）… 3通り
（5、4、1）… $3\times2\times1=6$（通り）
（5、3、2）… $3\times2\times1=6$（通り）
（4、4、2）… 3通り
（4、3、3）… 3通り

より、サイコロの目の出方は全部で、

$$6\times3+3\times3=27\text{（通り）}$$

より、<u>27通り</u>あります。

(6) 135を素因数分解すると、

$$135=3\times3\times3\times5$$

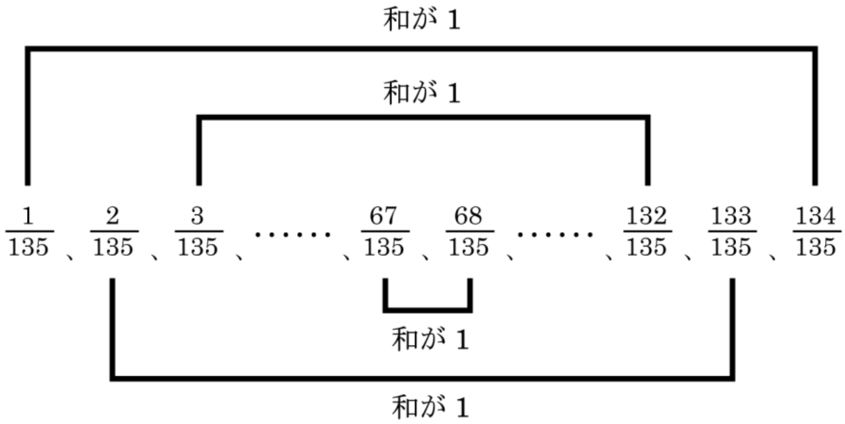
となるため、分子が3の倍数でも5の倍数でもない分数が約分できない分数となります。
1から135までの整数の中に、3の倍数は$(135\div3=)45$個、5の倍数は$(135\div5=)27$個、3と5の最小公倍数である15の倍数は$(135\div15=)9$個あります。
よって、約分できない分数は、

　135－(45＋27－9)＝72（個）

より、72 個あります。

それら 72 個の分数について、下のように、$\frac{1}{135}$ と $\frac{134}{135}$、$\frac{2}{135}$ と $\frac{133}{135}$、…$\frac{67}{135}$ と $\frac{68}{135}$

のように 2 個 1 組とすると、それぞれの組の分数の和は 1 となります。



その組が、(72÷2＝)36 組できることから、求める和は、

　1×36＝36

より、<u>36</u> です。

3 平面図形・立体図形

(1) 右の図のように、長さが等しい辺に印を付けます。

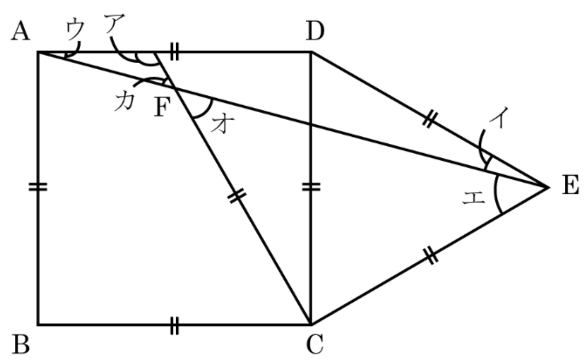
三角形 ADE は二等辺三角形で、角 ADE の大きさが、

　90＋60＝150（度）

より、150 度であるため、イとウの角の大きさはどちらも、

　(180－150)÷2＝15（度）

より、15 度となります。



エの角の大きさは、

　60－15＝45（度）

より、45 度となり、三角形 CEF も二等辺三角形（直角二等辺三角形）となるため、オとカの角の大きさも 45 度となります。

よって、アの角の大きさは、

$180-(15+45)=120$（度）

より、<u>120度</u>です。

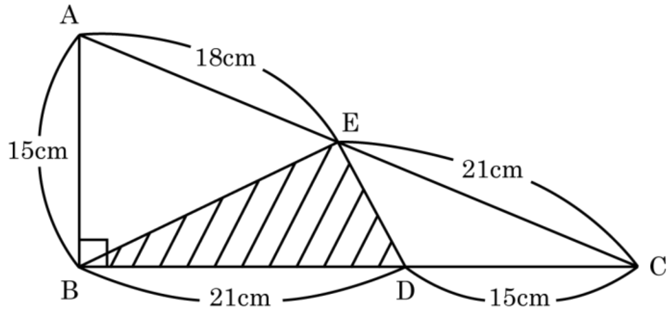
(2) 右の図で、辺BCの長さは、

$21+15=36$（cm）

より、36cmであるため、三角形ABCの面積は、

$36\times15\times\frac{1}{2}=270$（㎠）

より、270㎠となります。



三角形ABCの底辺をAC、三角形EBCの底辺をECとすると、

2つの三角形は高さが等しいため、三角形EBCの面積は三角形ABCの面積の、$\frac{21}{39}=\frac{7}{13}$（倍）です。

三角形EBCの底辺をBC、三角形EBDの底辺をBDとすると、2つの三角形は高さが等しいため、三角形EBDの面積は三角形EBCの面積の、$\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$（倍）となります。

よって、三角形EBDの面積は、

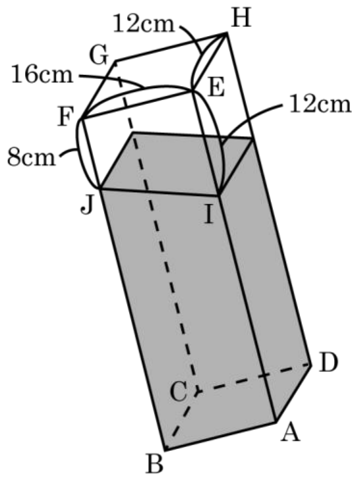
$270\times\frac{7}{13}\times\frac{7}{12}=\frac{2205}{26}=84\frac{21}{26}$（㎠）

より、<u>$84\frac{21}{26}$ ㎠</u>です。

(3) 右の図で、容器の水が入っていない部分の容積は、

$(8+12)\times16\times\frac{1}{2}\times12=1920$（㎤）

より、1920㎤となります。



問題の（図1）で、容器の水が入っていない部分の容積と容器の水が入っている部分の体積の比は、

(水が入っていない部分の容積)：(水が入っている部分の体積)

$=(16-12):12$

$=4:12$

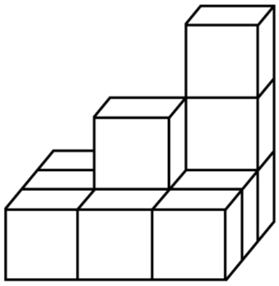
$=1:3$

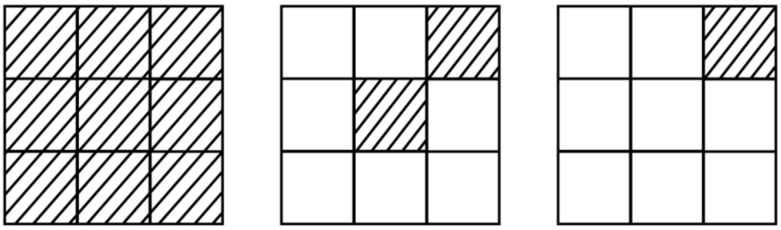
より、1：3 となります。
よって、容器に入っている水の体積は、

$1920\times3=5760$（㎤）

より、<u>5760 ㎤</u>です。

(4) 体積が最も小さい立体は、右のような形となり、段ごとに一辺の長さが 1cm の立方体の位置は、下の斜線部のようになります。





この立体を上下から見たときの一辺の長さ 1cm の正方形の個数は、それぞれ 9 個で、前後左右から見たときの一辺の長さ 1cm の正方形の個数は、いずれも 6 個であることから、正方形の個数は合計で、

$9\times2+6\times4=42$（個）

より、42 個となります。
よって、立体の表面積は、

$(1\times1)\times42=42$（㎠）

より、<u>42 ㎠</u>です。

4 規則性

(1) 黒と白のタイルの枚数の合計は、1 段が 1 枚、2 段が(1＋3＝)4 枚、3 段が(1＋3＋5＝)9 枚、4 段が(1＋3＋5＋7＝)16 枚、…と、段の数を 2 回かけた数（平方数）となっています。
よって、12 段のとき、黒のタイルと白のタイルを合わせた枚数の合計は、

$12\times12=144$（枚）

より、<u>144 枚</u>です。

(2) 黒と白のタイルの枚数の差は、1 段が 1 枚、2 段が(3－1＝)2 枚、3 段が(6－3＝)3 枚、4 段が(10－6＝)4 枚、…と、段の数と等しくなっています。
偶数の段では、前の段に白のタイルを加えるため、12 段では白のタイルの方が黒のタイルよりも 12 枚多くなり、黒と白のタイルの枚数の合計が(1)より 144 枚となるため、和差算の考え方で、黒のタイルの枚数の合計は、

$(144-12)\div 2=66$（枚）

より、<u>66 枚</u>です。

(3) 白のタイルの枚数は、2 段と 3 段が(1＋2＝)3 枚、4 段と 5 段が(1＋2＋3＋4＝)10 枚、…となるため、N を偶数として、N 段と(N＋1)段の白のタイルの枚数は、

$1+2+3+\cdots+N=(1+N)\times N\div 2$（枚）

より、$(1+N)\times N\div 2$（枚）と表すことができます。
白のタイルの枚数の合計が 210 枚であることから、

$(1+N)\times N\div 2=210$

$(1+N)\times N=420$

より、N には 20 が当てはまるため、白のタイルの枚数の合計が 210 枚のとき、段数は 20 段か 21 段となります。
黒のタイルの枚数が白のタイルの枚数より多いのは、奇数段のときであるため、21 段となります。
よって、黒のタイルの枚数は、

$21\times 21-210=231$（枚）

より、<u>231 枚</u>です。

※ (2)の考え方から、21 段目は黒のタイルが白のタイルよりも 21 枚多くなるため、

$210+21=231$（枚）

より、<u>231 枚</u>とすることもできます。

$\boxed{5}$ 和と差に関する問題

(1) 箱 A には 10 円玉と 100 円玉が合わせて 120 枚入っていて、合計金額が 4080 円であることから、つるかめ算の考え方で、100 円玉の枚数は、

$(4080-10\times 120)\div(100-10)=32$（枚）

より、<u>32 枚</u>です。

(2) 合計金額の比は、［1 枚あたりの金額の比×枚数の比］で求められます。

1 枚あたりの金額の比は、10：100＝1：10 で、箱 B の中に入っている 10 円玉と 100 円玉の枚数の比が 3：2 であることから、10 円玉と 100 円玉の合計金額の比は、

1×3：10×2＝3：20

より、3：20 となります。

10 円玉の合計金額を③、100 円玉の合計金額を⑳とすると、

③＋⑳＝9200（円）

㉓＝9200（円）

①＝9200÷23＝400（円）

より、①が 400 円となり、100 円玉だけの合計金額は、

400×20＝8000（円）

より、8000 円となるため、箱 B に入っている 100 円玉の枚数は、

8000÷100＝80（枚）

より、<u>80 枚</u>です。

(3) (1)、(2)より、箱 A と箱 B を合わせて 100 円玉は、(32＋80＝)112 枚入っています。箱 A に入っている 10 円玉の枚数は、

120－32＝88（枚）

より、88 枚で、箱 B に入っている 10 円玉の枚数は、

$80\times\frac{3}{2}=120$（枚）

より、120 枚となるため、箱 A と箱 B に 10 円玉は、(88＋120＝)208 枚入っています。

10 円玉と 100 円玉を移し替えた後、箱 A の中に入っている 10 円玉と 100 円玉の枚数の比が 3：1 になり、箱 B の中に入っている 10 円玉と 100 円玉の枚数が等しくなることから、枚数を以下のように整理することができます。

・箱 A の中に入っている 10 円玉の枚数…③

・箱 A の中に入っている 100 円玉の枚数…①

・箱 B の中に入っている 10 円玉の枚数…$\boxed{1}$

・箱Bの中に入っている100円玉の枚数…$\boxed{1}$

10円玉だけの枚数の合計が208枚で、100円玉だけの枚数の合計が112枚であることから、以下の2つの式が成り立ちます。

③＋$\boxed{1}$＝208 …（ア）

①＋$\boxed{1}$＝112 …（イ）

消去算の考え方で、（ア）の式から（イ）の式を引いて、

③－①＝208－112

②＝96

①＝96÷2＝48

より、①は48枚となり、$\boxed{1}$は、

112－48＝64（枚）

より、64枚となります。

箱Bの中には、10円玉と100円玉が64枚ずつ入っているため、合計金額は、

(10＋100)×64＝7040（円）

より、7040円です。

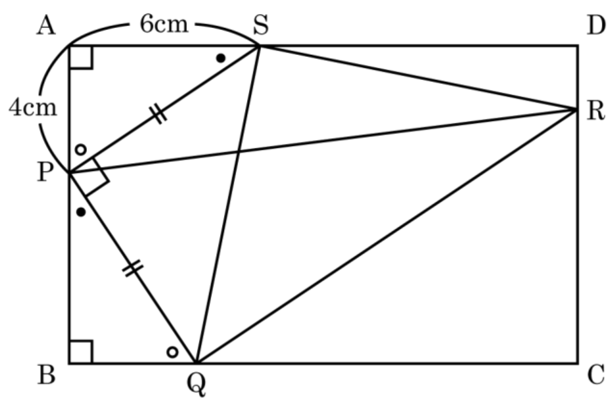
$\boxed{6}$ 平面図形

(1)（図1）において、○の角の大きさと、●の角の大きさの和が90度になることから、○どうし、●どうしの角の大きさは、それぞれ同じになります。

三角形APSと三角形BQPは、PS＝QPより、1辺の長さとその両端の角の大きさが等しくなるため合同になります。

よって、PB＝6cm、BQ＝4cm、AB＝(4＋6＝)10cmとなります。

三角形PQSの面積は、台形ABQSの面積から合同な2つの直角二等辺三角形を引く



（図1）

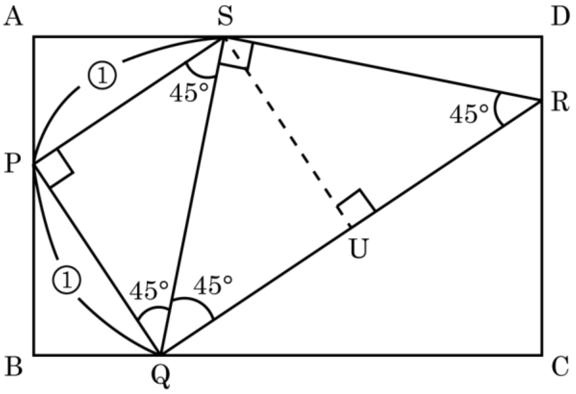
ことで求められるため、その面積は、

$(4+6)\times10\times\frac{1}{2}-4\times6\times\frac{1}{2}\times2=26$（㎠）

より、<u>26 ㎠</u>です。

(2) （図 2）において、PS＝PQ＝①として、

S から QR に垂直な線 SU を引きます。
四角形 PQUS は正方形となるため、QU ＝①となり、三角形 QUS と三角形 RUS は合同なため、RU＝①となります。



（図 2）

よって、PQ と QR の長さの比は、

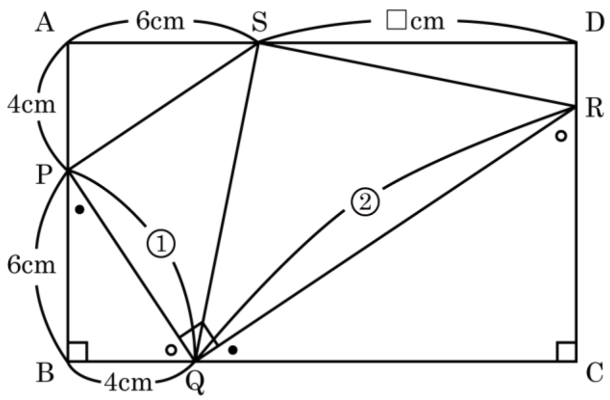
PQ：QR＝①：(①＋①)

＝①：②

＝1：2

より、<u>1：2</u> です。

(3) （図 3）において、○の角の大きさと、●の角の大きさの和が 90 度になることから、○どうし、●どうしの角の大きさは、それぞれ同じになります。
三角形 PBQ と三角形 QCR は 3 つの角の大きさが等しいため相似となり、相似比は、PQ：QR＝1：2 となります。
QC の長さは、



（図 3）

$6\times\frac{2}{1}=12$（cm）

より、12cm となるため、DS の長さ（図の□）は、

$(4+12)-6=10$（cm）

より、10cm となります。
また、CR の長さは、

$$4\times\frac{2}{1}=8\text{（cm）}$$

より、8cm となるため、DR の長さは、

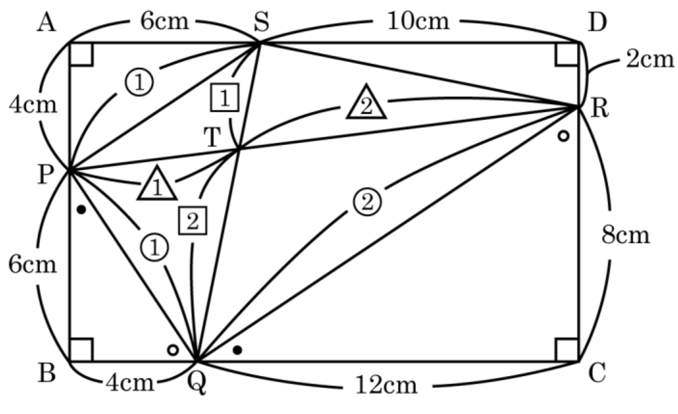
$$(4+6)-8=2\text{（cm）}$$

より、2cm となることから、三角形 DSR の面積は、

$$2\times10\times\frac{1}{2}=10\text{（㎠）}$$

より、10 ㎠となります。

（図 4）において、角 PST＝角 RQT＝45 度より、PS と RQ が平行になるため、三角形 PST と三角形 RQT は相似となり、相似比は、PS：RQ＝PQ：RQ＝1：2 となります。



（図 4）

(1)より、三角形 PQS の面積は 26 ㎠で、ST：QT＝1：2 となるため、三角形 PST の面積は、

$$26\times\frac{1}{1+2}=\frac{26}{3}\text{（㎠）}$$

より、$\frac{26}{3}$ ㎠となり、PT：RT＝1：2 より、三角形 STR の面積は、

$$\frac{26}{3}\times\frac{2}{1}=\frac{52}{3}\text{（㎠）}$$

より、$\frac{52}{3}$ ㎠となります。

以上より、四角形 STRD の面積は、

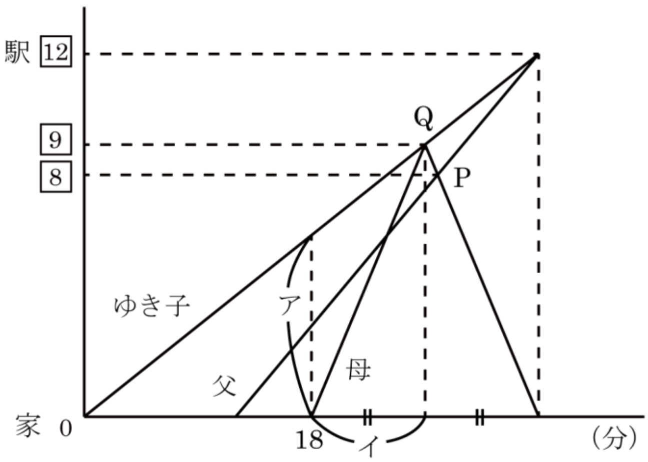
$$(\text{三角形 DSR の面積})+(\text{三角形 STR の面積})=10+\frac{52}{3}=\frac{82}{3}=27\frac{1}{3}\text{（㎠）}$$

より、$\underline{27\frac{1}{3}\text{ ㎠}}$です。

$\boxed{7}$ 速さと比

(1) 家から駅までの距離を$\boxed{12}$として、

ゆき子さん、お父さん、お母さんが進む様子をグラフにすると、右のようになります。



お母さんがお父さんとすれ違った地点をグラフ上のPとすると、お母さんがPから家に着くまでに進んだ距離は、

$$\boxed{12} \times \frac{2}{3} = \boxed{8}$$

より$\boxed{8}$となり、お父さんがPから駅に着くまでに進んだ距離は、

$$\boxed{12} - \boxed{8} = \boxed{4}$$

より$\boxed{4}$となります。

お母さんとお父さんの速さの比は、同じ時間で進んだ距離の比と等しくなるため、

$$\boxed{8} : \boxed{4} = 2 : 1$$

より2：1となることから、お母さんの速さはお父さんの速さの、

$2 \div 1 = 2$（倍）

より、<u>2倍</u>です。

(2) (1)と同じ考え方で、ゆき子さんの速さとお母さんの速さを比べます。
ゆき子さんがお母さんから忘れ物を受け取った地点をグラフ上のQとすると、お母さんがQから家に着くまでに進んだ距離は、

$$\boxed{12} \times \frac{3}{4} = \boxed{9}$$

より$\boxed{9}$となり、ゆき子さんがQから駅に着くまでに進んだ距離は、

$$\boxed{12} - \boxed{9} = \boxed{3}$$

より$\boxed{3}$となります。

お母さんとゆき子さんの速さの比は、同じ時間で進んだ距離の比と等しくなるため、

$\boxed{9}:\boxed{3}=3:1$

より3：1となります。
よって、3人の速さの比を整理すると右のようになることから、お父さんの速さはゆき子さんの速さの、

母	:	父	:	ゆき子
2	:	1		
3		:		1
6	:	3	:	2

$3\div2=1.5$（倍）

より、1.5倍です。

(3) お母さんの速さを分速⑥、お父さんの速さを分速③、ゆき子さんの速さを分速②とすると、お母さんが家を出るまでにゆき子さんが進んだ距離（グラフのアの部分）は、

②×18＝36

より、36となるため、お母さんが家を出てからゆき子さんに追いつくまでの時間（グラフのイの部分）は、

36÷(⑥－②)＝9（分）

より、9分となります。
お母さんが行きと帰りにかかった時間は同じなので、ゆき子さんとお父さんが駅に着いたのは、ゆき子さんが家を出てから、

$18+9+9=36$（分後）

より、36分後です。
お父さんとゆき子さんの速さの比が3：2で、ゆき子さんが家を出てから駅に着くまで36分かかっているため、お父さんが家を出てから駅に着くまでの時間は、

$36\times\frac{2}{3}=24$（分）

より、24分となります。
よって、お父さんが家を出たのは、ゆき子さんが家を出てから、

$36-24=12$（分後）

より、12分後です。