5年生 第8回 公開組分けテスト

予想問題

算　数

［解答と解説］

中学受験専門プロ家庭教師
中学受験鉄人会

家庭教師は必ず体験してから決めましょう！

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ ⑴ 25　　⑵ $\frac{7}{10}$　　⑶ $\frac{5}{12}$

$\boxed{2}$ ⑴ 10(日)　　⑵ 21(cm)　　⑶ 16(分後)　　⑷ 31.4(cm)

⑸ 32(個)　　⑹ 672(㎤)　　⑺ 15 : 4　　⑻ 13(分)30(秒後)

$\boxed{3}$ ⑴ 4 : 3　　⑵ 14(㎠)

$\boxed{4}$ ⑴ 7(L)　　⑵ 10(分)

$\boxed{5}$ ⑴ 7 : 4 : 5　　⑵ 1800(m)

$\boxed{6}$ ⑴ 4374(㎤)　　⑵ 10(個)

$\boxed{7}$ ⑴ 10(cm)　　⑵ 850　　⑶ (毎秒)8(㎤)

$\boxed{8}$ ⑴ 14(個)　　⑵ 10(個)　　⑶ 35(個)

$\boxed{\text{配　点}}$

各８点

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{2}$

⑴ A さん１人ですると 15 日かかり、A さん、B さん２人ですると６日かかることから、全体の仕事量を 15 と６の最小公倍数から㉚とすると、A さん１人、A さんと B さん２人が１日でする仕事量は、それぞれ以下の通りになります。

㉚÷15＝②… A さんが１日でする仕事量

㉚÷6＝⑤ … A さんと B さんの２人が１日でする仕事量

よって、この仕事を B さん１人ですると、

㉚÷(⑤－②)＝10（日）

より、<u>10 日</u>かかります。

⑵ A と B に入っている水の量が等しいため、水の深さの比は底面積の逆比になります。A と B の水の深さの比は、

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{7} = 7 : 3$$

より、7 : 3 となります。

よって、A の水面の高さは、

$$12 \times \frac{7}{7-3} = 21 \text{（cm）}$$

より、<u>21cm</u> です。

⑶ 姉と妹がすれちがった地点を P とすると、2 人の速さが一定であるため、道のりの比は時間の比と等しくなります。

これより、家から P 地点までの道のりと P 地点から公園までの道のりの比は、

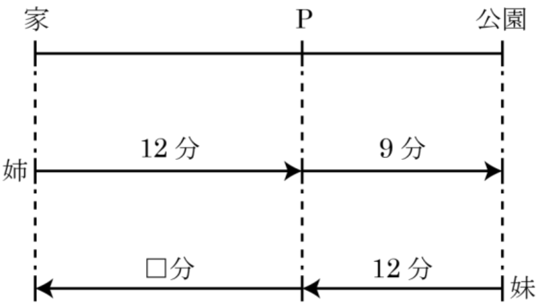
12 : 9＝4 : 3

より、4 : 3 となります。

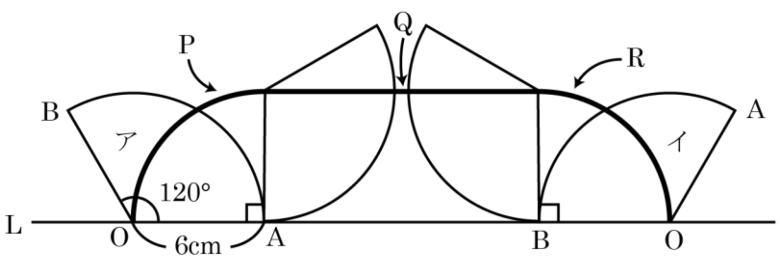
妹が P 地点から家まで歩くのにかかった時間（図の□）は、

12÷3×4＝16（分後）

より、<u>16 分後</u>です。



⑷ おうぎ形 OAB は下の図のように転がり、点 O が動いたあとは太線のようになります。



この太線を P、Q、R の 3 つの部分に分けると、それぞれの部分の長さは以下のようになります。

P…半径 6cm、中心角 90 度のおうぎ形の弧の長さ

Q…半径 6cm、中心角 120 度のおうぎ形の弧の長さ

R…半径 6cm、中心角 90 度のおうぎ形の弧の長さ

よって、長さの合計は、

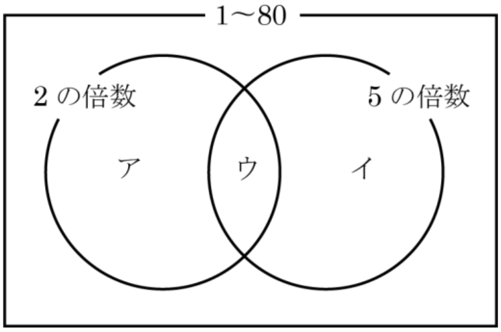
$$6\times2\times3.14\times\frac{90+120+90}{360}=10\times3.14=31.4\text{（cm）}$$

より、31.4cm となります。

(5) 80 を素因数分解すると、

$$80=2\times2\times2\times2\times5$$

となるため、分子が 2 か 5 の倍数ならば約分できます。



$\frac{1}{80}$ ～$\frac{80}{80}$ について考えると、右の図の「ア＋ウ」、「イ＋ウ」、「ウ」、「ア＋イ＋ウ」に入る数の個数は、以下の通りとなります。

80÷2＝40（個）…「ア＋ウ」

80÷5＝16（個）…「イ＋ウ」

80÷10＝8（個）…「ウ」

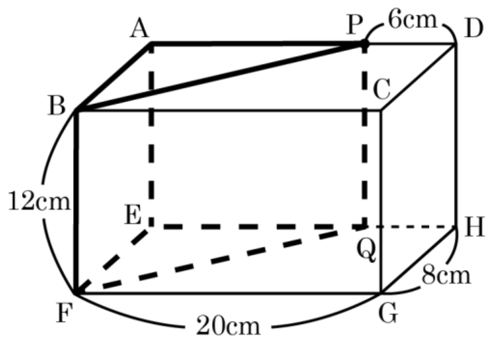
40＋16－8＝48（個）…「ア＋イ＋ウ」

よって、約分できる分数が 48 個となるため、求める既約分数の個数は、

80－48＝32（個）

より、32 個です。

(6) 右の図のように切り口の平面が辺 EH と交わる点を Q とすると、切り口は長方形 BPQF となり、頂点 A を含む立体は太線の三角柱になります。



AP の長さは、

20－6＝14（cm）

より、14cm となるため、求める体積は、

8×14÷2×12＝672（㎤）

より、672 ㎤です。

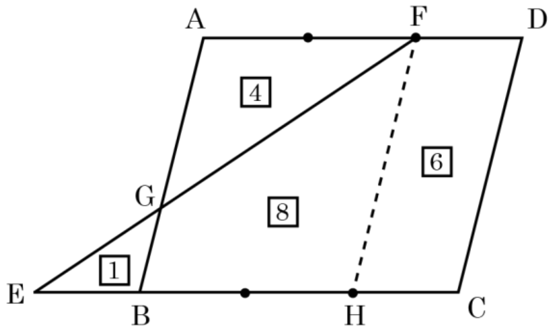
(7) AD と BC が平行であることから、三角形 AGF と三角形 BGE は相似となり、相似比は、

AF : BE＝2 : 1

より、2 : 1 となるため、面積の比は、

(2×2) : (1×1)＝4 : 1

より、4 : 1 となります。



また、右の図で、GB と FH が平行であるため、三角形 BGE と三角形 HFE は相似となり、相似比は、

EB : EH＝1 : 3

より、1：3 となり、面積の比は、

$(1\times1):(3\times3)=1:9$

より、1：9 となります。

ここで、三角形 BGE の面積を $\boxed{1}$ とすると、三角形 AGF の面積は $\boxed{4}$、台形 FGBH の面積は($\boxed{9}-\boxed{1}=$)$\boxed{8}$ となり、平行四辺形 FHCD の面積は、AF：FD＝2：1 より、

$(\boxed{4}+\boxed{8})\div2=\boxed{6}$

より、$\boxed{6}$ となります。

よって、台形 FECD と三角形 AGF の面積の比は、

$(\boxed{6}+\boxed{8}+\boxed{1}):\boxed{4}=\boxed{15}:\boxed{4}$

より、15：4 です。

(8) 水そうの容積を 48 と 64 の最小公倍数である 192 とすると、P 管から 1 分間に入る水の量は、

$192\div48=4$

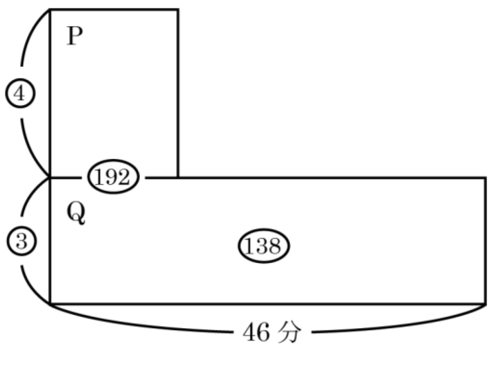
より、4 となり、Q 管から 1 分間に入る水の量は、

$192\div64=3$

より、3 となります。

Q 管は 46 分間、水を入れ続けているので、Q 管から入る水の量は、

$3\times46=138$



より、138 となります。

P 管から入れる水の量は、

$192-138=54$

より、54 となるため、P 管が故障したのは、

54÷④＝13.5（分後）

より、<u>13 分 30 秒後</u>です。

3

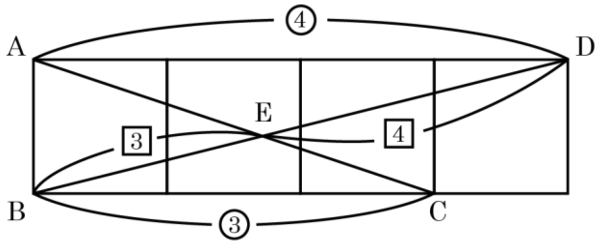
(1) AD と BC が平行であるため、三角形 AED と三角形 CEB は相似になります。

よって、AE : CE は、

AE : CE＝AD : CB＝(3.5×4) : (3.5×3)＝4 : 3

より、<u>4 : 3</u> です。

(2) 三角形 ABD の面積は、



3.5×(3.5×4)÷2＝24.5（㎠）

より、24.5 ㎠となります。

三角形 AED と三角形 AEB は高さが共通のため、面積の比は底辺の長さの比と等しく、

(三角形 AED の面積) : (三角形 AEB の面積)

＝DE : BE

＝4 : 3

より、4 : 3 となります。

よって、三角形 AED の面積は、

24.5÷(4＋3)×4＝14（㎠）

より、<u>14 ㎠</u>です。

4

(1) ポンプを 2 台使うときと 3 台使うときにくみ出す水の量の差は、150 分と 80 分で流れこむ水の量の差と等しく、

6×(150－80)=420（L）

より、420 L となります。

ここで、ポンプ 1 台が 1 分間にくみ出す水の量を①、タンクが満水のときの水の量を□とすると、

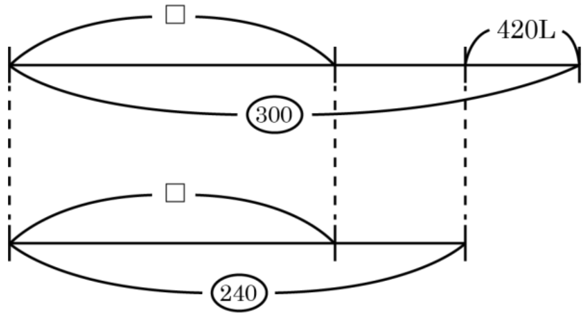
2 台のポンプを使って 150 分でくみ出す水の量は、

①×2×150＝300

より、300 となり、3 台のポンプを使って 80 分でくみ出す水の量は、

①×3×80＝240

より、240 となります。



右の図のように整理すると、この差が 420 L にあたるため、ポンプ 1 台が 1 分間にくみ出す水の量（①）は、

420÷(300－240)＝420÷60＝7（L）

より、<u>7L</u> です。

(2) タンクが満水のときの水の量（図の□）は、

(7×2－6)×150＝1200（L）

より、1200 L となります。

ポンプを 18 台使うときの 1 分間に減る水の量は、

7×18－6＝120（L）

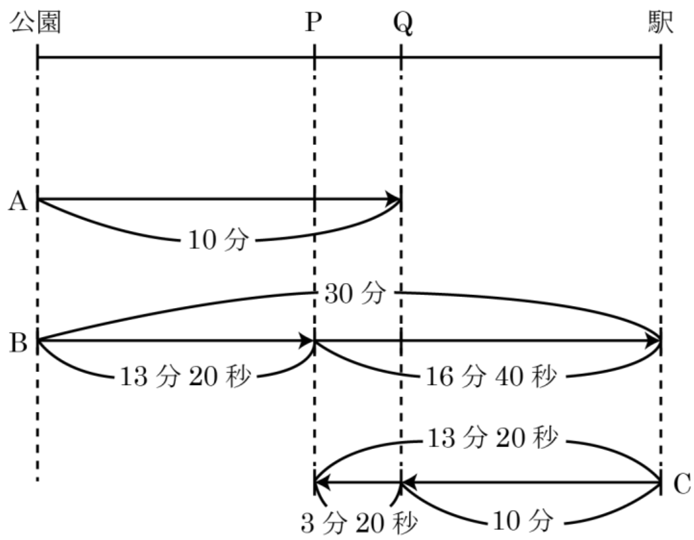
より、120 L となるため、求める時間は、

1200÷120＝10（分）

より、<u>10 分</u>です。

5

(1) B さんと C さんがはじめてすれちがった地点を P とすると、P 地点と駅の間の道のりを、C さんは(10 分＋3 分 20 秒＝)13 分 20 秒で、B さんは(30 分－13 分 20 秒＝) 16 分 40 秒で進みました。



同じ道のりを進む速さの比は、時間の比の逆比となることから、B さんと C さんの速さの比は、

16 分 40 秒 : 13 分 20 秒

＝1000 秒 : 800 秒

＝5 : 4 …時間の比

$\frac{1}{5}$: $\frac{1}{4}$: ＝4 : 5

より、4 : 5 となります。

B さんの速さを分速$\boxed{4}$、C さんの速さを分速$\boxed{5}$とすると、公園から駅までの道のりは、

$\boxed{4}\times 30=\boxed{120}$

より、$\boxed{120}$となります。

A さんと C さんがはじめてすれちがった地点を Q とすると、公園から Q 地点までの道のりは、

$\boxed{120}-\boxed{5}\times 10=\boxed{70}$

より、$\boxed{70}$となり、その道のりを A さんは 10 分で進むため、A さんの速さは、

$\boxed{70}\div 10=\boxed{7}$

より、$\boxed{7}$となります。

よって、A さんと B さんと C さんの速さの比は、

$\boxed{7}:\boxed{4}:\boxed{5}=7:4:5$

より、7：4：5 です。

⑵ 2 回目以降、B さんと C さんは、

13 分 20 秒×2＝26 分 40 秒

より、26 分 40 秒ごとになります。

よって、4 回目にすれちがうのは、

13 分 20 秒＋(26 分 40 秒×3)＝93 分 20 秒

より、出発してから 93 分 20 秒後となります。

B さんが公園から駅まで行くのに 30 分かかることから、93 分 20 秒で B さんは、

93 分 20 秒÷30 分＝3 あまり 3 分 20 秒

より、1 往復半と 3 分 20 秒、進むことになります。

B さんが 3 分 20 秒で進む道のりが 200m であることから、B さんの速さは、

$200\div 3\frac{1}{3}=60$（m／分）

より、分速 60m となるため、公園と駅の間の道のりは、

60×30＝1800（m）

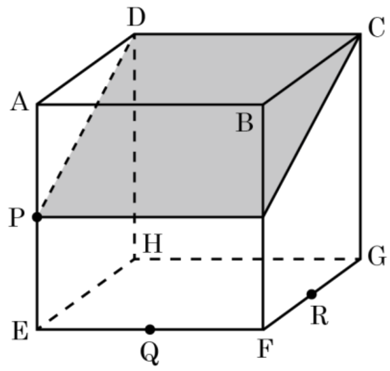
より、1800m です。

6

(1) 点 C、D、P を通る平面で切ると、右の（図 1）のようになります。
このとき、頂点 F を含む立体の体積は、もとの立方体の体積の$\frac{3}{4}$倍となります。
よって、求める体積は、

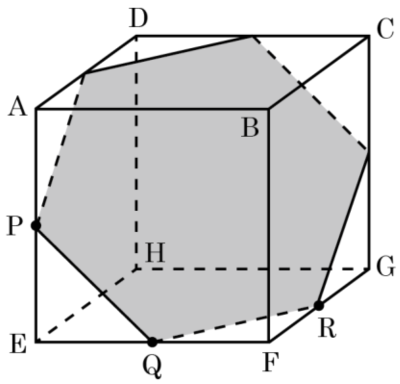
$18\times18\times18\times\frac{3}{4}=4374$（㎤）

より、4374 ㎤です。

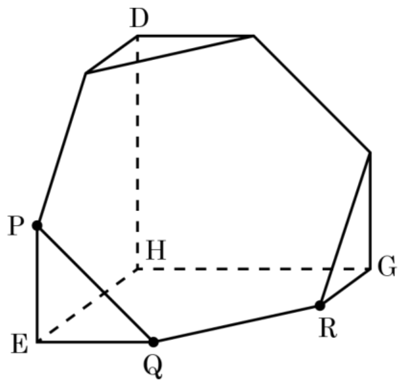


（図 1）

(2) 点 P、Q、R を通る平面で切ると、切り口は下の（図 2）のような正六角形となります。
このとき、頂点 E を含む立体は下の（図 3）のようになります。



（図 2）



（図 3）

この立体には頂点が 10 個あります。

7

(1) （図 2）のグラフで、130 秒後にグラフが折れているのは、（図 1）の水そうの段差まで水がはいったためです。
毎秒 80 ㎤の割合で水を 130 秒間入れると、その体積は、

$80\times130=10400$（㎤）

より、10400 ㎤となります。

よって、段差までの高さを表すアの長さは、

$10400\div(26\times40)=10$（cm）

より、10cm です。

⑵ 水そうの段差より上の部分の容積は、

$40\times(26+14)\times(46-10)=40\times40\times36=57600$（㎤）

より、57600 ㎤となります。

この部分に毎秒 80 ㎤の割合で水を入れると、

$57600\div80=720$（秒）

より、720 秒かかります。

よって、イの値は、

$130+720=850$

より、<u>850</u> です。

⑶ 排水用の穴を開けても、段差まで水が入るのにかかる時間は 130 秒となります。

段差より上の部分に水が入るのに、

15 分 30 秒－130 秒＝800 秒

より、800 秒かかりました。

段差より上の部分の容積は、⑵より、57600 ㎤であることから、段差より上の部分には、

$57600\div800=72$（㎤）

より、毎秒 72 ㎤の割合で水がたまりました。

よって、排水用の穴からは、

$80-72=8$（㎤）

より、<u>毎秒 8 ㎤</u>の割合で水が出たことになります。

8

⑴ 192 を素因数分解すると、

$192=2\times2\times2\times2\times2\times2\times3$

となるため、192 の約数の個数は、

$(6+1)\times(1+1)=14$

より、<u>14 個</u>です。

⑵ 《N》＝2 となる数 N は素数となります。

30 以下の素数を書き出すと、

2、3、5、7、11、13、17、19、23、29

となるため、30 以下の整数で、《N》＝2 となる数 N は <u>10 個</u>あります。

⑶ 1 から 20 の整数について、約数の個数を求めると以下のようになります。

1 … 1 個	11 … 2 個
2 … 2 個	12 … 6 個
3 … 2 個	13 … 2 個
4 … 3 個	14 … 4 個
5 … 2 個	15 … 4 個
6 … 4 個	16 … 5 個
7 … 2 個	17 … 2 個
8 … 4 個	18 … 6 個
9 … 3 個	19 … 2 個
10 … 4 個	20 … 6 個

これより、20 までの整数の約数の個数は 1 個から 6 個までに限られることがわかります。
よって、《P》、《Q》、《R》がすべて異なる数で《P》×《Q》×《R》＝24 を満たす 3 つの数の積は、

1×4×6、2×3×4

の 2 つの場合が考えられます。

以下にそれぞれの場合の数の組み合わせを調べます。
なお、「Q は P より大きく、R は Q より大きい数で、《Q》は《P》より大きく、《R》は《Q》より大きい」という条件を、【条件 S】とします。

・1×4×6 の場合
《P》＝1 となる P は「1」です。
《Q》＝4 となる Q は「6、8、10、14、15」です。
《R》＝6 となる R は「12、18、20」です。
P＝1 より、【条件 S】から、(Q、R) は以下の組み合わせとなります。

(6、12)、(6、18)、(6、20)、(8、12)、(8、18)、(8、20)、(10、12)、(10、18)
(10、20)、(14、18)、(14、20)、(15、18)、(15、20)

よって、1×4×6 を満たす P、Q、R の組み合わせは、13 個あります。

・2×3×4 の場合
《P》＝2 となる P は「2、3、5、7、11、13、17、19」です。
《Q》＝3 となる Q は「4、9」です。
《R》＝4 となる R は「6、8、10、14、15」です。
Q＝4 のとき、【条件 S】から、(P、Q、R) の組み合わせは、

(2、4、6)、(2、4、8)、(2、4、10)、(2、4、14)、(2、4、15)
(3、4、6)、(3、4、8)、(3、4、10)、(3、4、14)、(3、4、15)

より、10 個あります。

Q＝9 のとき、【条件 S】から、（P、Q、R）の組み合わせは、

（2、9、10）（2、9、14）、（2、9、15）
（3、9、10）（3、9、14）、（3、9、15）
（5、9、10）（5、9、14）、（5、9、15）
（7、9、10）（7、9、14）、（7、9、15）

より、12 個あります。

よって、1×4×6 を満たす P、Q、R の組み合わせは、

10＋12＝22（個）

より、22 個となります。

以上より、《P》×《Q》×《R》＝24 を満たすような 3 つの数 P、Q、R の組み合わせは、

13＋22＝35（個）

より、全部で 35 個あります。