4月度　マンスリーテスト

予想問題

6年

算　数

［解答と解説］

中学受験鉄人会

$\boxed{\text{解　答}}$

$\boxed{1}$ (1) 986　(2) $\frac{14}{27}$　(3) 6300

$\boxed{2}$ (1) 147　(2) 450（円）　(3) 20（個）　(4) 28（個）

(5) 44　(6) 12（通り）　(7) 140（m）　(8) 126（km）

$\boxed{3}$ (1) 508.68（㎠）　(2) 50.24（㎠）　(3) 10.5（㎠）　(4) 6（cm）

(5) 25（cm）

$\boxed{4}$ (1) 3：4　(2) 44（分）　(3) 36（分間）

$\boxed{5}$ (1) 10（cm）　(2) 942（㎤）

$\boxed{6}$ (1) 184　(2) 55（段目の）4（列目）　(3) 851

$\boxed{7}$ (1)（時速）9（km）　(2) ①（時速）4.5（km）　② 1.44（km）

$\boxed{\text{配　点}}$　150点満点

$\boxed{1}$ 5点×3　$\boxed{2}$ (1)(2)(3)(4) 5点×4、(5)(6)(7)(8) 6点×4

$\boxed{3}$ (1)(5) 5点×2、(2)(3)(4) 6点×3　$\boxed{4}$ (1)(2) 5点×2、(3) 6点　$\boxed{5}$ (1) 5点、(2) 6点

$\boxed{6}$ 6点×3　$\boxed{7}$ 6点×3

$\boxed{\text{解　説}}$

$\boxed{1}$ 計算

(3) 63×16＋252×35－126×28

＝63×16＋(63×4)×35－(63×2)×28

＝63×(16＋4×35－2×28)

＝63×100

＝6300

$\boxed{2}$ 小問集合（文章題）

(1) 右のような連除法で考えると、

$$21 \times 3 \times a = 441$$

$$\begin{array}{r|ll} 21 & 63 & A \\ \hline & 3 & a \end{array} \quad 441$$

より、a の値は、

$$441 \div (21 \times 3) = 7$$

より、7 になりますので、整数 A の値は、

$$7 \times 21 = 147$$

より、<u>147</u> です。

(2) A のケーキ 1 個の値段をⒶ円、B のケーキ 1 個の値段をⒷ円とすると、下のような式が成り立ちます。

Ⓐ＝Ⓑ＋60　　　　…ア

Ⓐ×7＋Ⓑ×5＝5820　…イ

アの式を 7 倍すると、

Ⓐ×7＝Ⓑ×7＋420

となることから、これをイの式のⒶ×7 と入れ替えて、

Ⓑ×7＋420＋Ⓑ×5＝5820

Ⓑ×12＋420＝5820

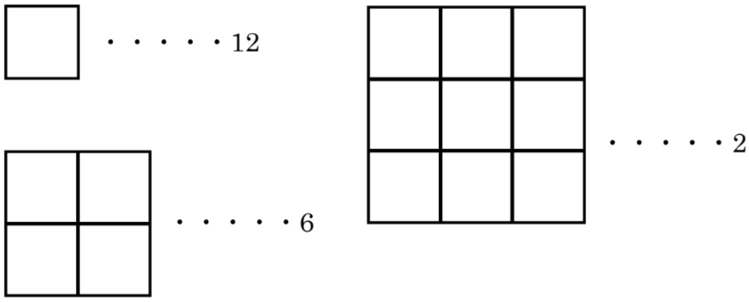
Ⓑ×12＝5820－420＝5400

より、B のケーキ 1 個の値段（Ⓑ）は、

$$5400 \div 12 = 450 \text{（円）}$$

より、<u>450 円</u>です。

(3) 下のように、正方形の大きさによって個数を数えます。



正方形の個数は、

12＋6＋2＝20（個）

より、<u>20 個</u>です。

(4) C が受け取ったおはじきの個数を①個とすると、A が受け取ったおはじきの個数は、

②＋8（個）と表すことができます。

また、B が受け取ったおはじきの個数をⒷ個とすると、

①＝Ⓑ×$\frac{1}{2}$ －1

両辺に 1 を足して、2 倍すると、

②＋2＝Ⓑ

より、B が受け取ったおはじきの個数は、②＋2（個）と表すことができます。

3 人が受け取ったおはじきの個数の合計が 75 個であることから、

(②＋8)＋(②＋2)＋①＝75

⑤＋10＝75

⑤＝75－10＝65

①＝65÷5＝13

より、C が受け取ったおはじきの個数は 13 個となります。

よって、B が受け取ったおはじきの個数は、

13×2＋2＝28（個）

より、28 個です。

(5) 7 を複数回かけ合わせた数の「一の位の数」に注目すると、

［7→9→3→1］

といった 4 個の数の周期になります。

7 を 99 回かけ合わせた数の一の位の数は、

99÷4＝24 あまり 3

より，周期の 3 番目の数である「3」です。

A×□3 のかけ合わせでできる数の一の位の数が 2 となるということから，A は一の位が 4 の数です。

一の位が 4 の数は，小さい順に 4，14，24…ですから，小さい方から 5 番目の数は，44 です。

(6) 下の表で考えます。

100 円	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
50 円	1	0	3	2	1	0	5	4	3	2	1	0
10 円	1	6	1	6	11	16	1	6	11	16	21	26

よって、260 円の品物を買うのに代金を支払う方法は 12 通りです。

(7) 電車 A が電車 B を追いこすまでにかかる時間は、以下の式で求められます。

（電車 A の長さ＋電車 B の長さ）÷（電車 A の速さ－電車 B の速さ）

電車 A の長さは 160m で、電車 A の速さを秒速（長さは m）にすると、

90×1000÷60÷60＝25（m/秒）

より、秒速 25m です。

電車 B の長さを $\boxed{B}$ m とすると、電車 B の速さは、

25×0.6＝15（m/秒）

より、秒速 15m なので、

(160＋$\boxed{B}$)÷(25－15)＝30

の式が成り立ちます。

よって、電車 B の長さは、

$30\times10-160=140$（m）

より、<u>140m</u> です。

(8) A 地点と B 地点を結ぶ同じ距離を船が進むのに、行きと帰りにかかった時間の比が、

$3:3.5=6:7$

より、6 : 7 なので、行きと帰りの速さの比は逆比の 7 : 6 になります。

A 地点から B 地点に向かう行きの速さが「下りの速さ」、帰りの速さが「上りの速さ」なので、

$(7+6)\div2=6.5$

より、比の 6.5 が船の静水時の速さ、時速 39km になります。

よって、下りの速さは、

$39\times\frac{7}{6.5}=42$（km/時）

より、時速 42km です。

以上より、A 地点から B 地点までの距離は、

$42\times3=126$（km）

より。<u>126km</u> です。

$\boxed{3}$ 小問集合（図形）

(1) 立体を 2 つ重ねることで、高さが$(15+12=)27$cm の円柱ができます。

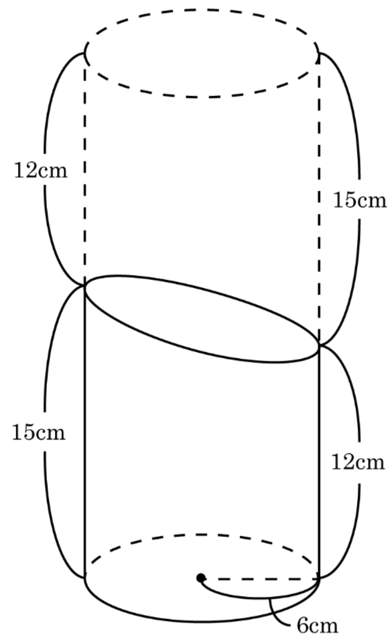
側面積はこの円柱の側面積の半分になるので、

$6\times2\times3.14\times27\times\frac{1}{2}$

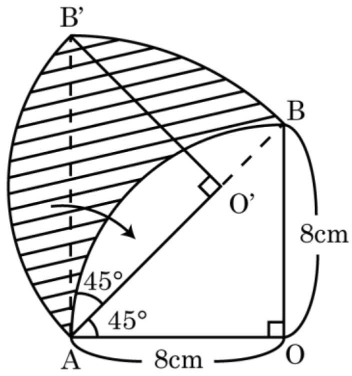
$=162\times3.14$

$=508.68$（㎠）

より、<u>508.68 ㎠</u>です。



(2) 右の図のように、角 O'AO の大きさが 45 度であり、三角形 AOB が直角二等辺三角形であることから、AO'を延長するとそのまま B と重なります。



図のように斜線部分の一部を移動させると、斜線部分の面積は半径を AB とした中心角 45 度のおうぎ形の面積と等しくなります。

AB を一辺とする正方形の面積は、直角二等辺三角形 AOB が 4 個分ですので、

$$\mathrm{AB}\times\mathrm{AB}=8\times8\times\frac{1}{2}\times4=128\text{（㎠）}$$

より、128 ㎠となるため、AB×AB＝128 です。

よって、斜線部分の面積は、

$$\mathrm{AB}\times\mathrm{AB}\times3.14\times\frac{45}{360}=128\times3.14\times\frac{1}{8}=16\times3.14=50.24\text{（㎠）}$$

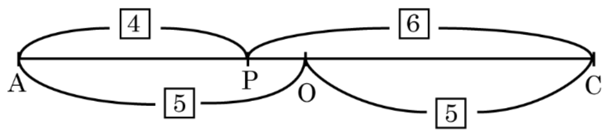
より、<u>50.24 ㎠</u>です。

(3) AP : PC＝2 : 3 で、平行四辺形の対角線はそれぞれの真ん中の点で交わるので、AO : OC＝1 : 1 となります。

AP＋PC＝AO＋OC＝AC より､AC の長さを(2＋3＝)5 と(1＋1＝)2 の最小公倍数 10 にそろえると、

AP : PC＝2 : 3＝4 : 6

AO : OC＝1 : 1＝5 : 5

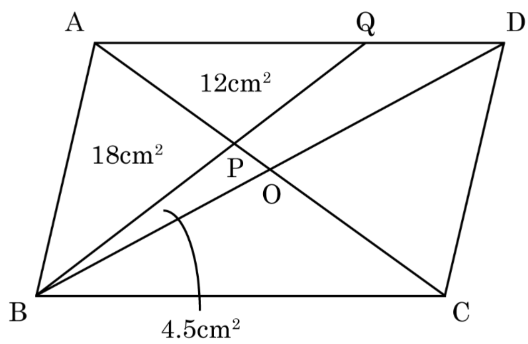


より、AP : PO : OC＝4 : 1 : 5 となります。

三角形 ABP の面積 : 三角形 OBP の面積＝4 : 1 より、三角形 OBP の面積は、

$$18\times\frac{1}{4}=4.5\text{（㎠）}$$

より、4.5 ㎠です。



また、AD と BC が平行なことから、三角形 APQ と三角形 CPB は相似となるため、

QP : BP＝AP : CP＝2 : 3

より、QP : BP＝2 : 3 となるため、三角形 APQ の面積は、

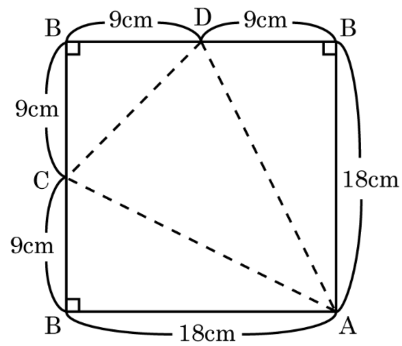
$$18\times\frac{2}{3}=12\text{（㎠）}$$

より、12 ㎠となります。
O が対角線 BD の真ん中の点であるため、三角形 ABO の面積と三角形 ADO の面積は等しくなります。
四角形 QPOD の面積は、三角形 ADO の面積から三角形 APQ の面積を引いて求められるので、

$18+4.5-12=10.5$（㎠）

より、四角形 QPOD の面積は、<u>10.5 ㎠</u>です。

(4) 三角すいの展開図は、右の図のような正方形になります。
また、三角すいの体積は、



$9\times9\times\frac{1}{2}\times18\times\frac{1}{3}=243$（㎤）

より、243 ㎤です。
三角形 ACD の面積は、

$18\times18-(9\times18\times\frac{1}{2}\times2+9\times9\times\frac{1}{2})$

$=324-202.5$

$=121.5$（㎠）

より、121.5 ㎤です。
よって、三角形 ACD を底面としたときの三角すいの高さは

$243\div\frac{1}{3}\div121.5=6$（cm）

より、<u>6cm</u> です。

(5) 回転する円すいの底面がえがく大きな円の円周は、円すいの底面の円周の $3\frac{1}{3}$ 周分の長さで、円すいの母線を半径とした円の円周の長さでもあります。
母線の長さを□とすると、

$15\times3.14\times3\frac{1}{3}=\square\times2\times3.14$

という式が成り立ちます。
よって、母線の長さは、

$\square=15\times3\frac{1}{3}\div2=25$（cm）

より、<u>25cm</u> です。

4 仕事算

(1) ポンプ A が 1 分あたりに入れる水の量をⒶ、ポンプ B が 1 分あたりに入れる水の量をⒷとすると、水そうを満水にするための水の量は、次の 2 つの式で表すことができます。

Ⓐ×72＋Ⓑ×45　…（ア）

Ⓐ×40＋Ⓑ×69　…（イ）

（ア）、（イ）で表される水の量（満水時の水の量）は同じなので、

Ⓐ×72＋Ⓑ×45＝Ⓐ×40＋Ⓑ×69

と表すことができます。

式の両辺からⒶ×40 を引くと、

Ⓐ×32＋Ⓑ×45＝Ⓑ×69

となり、さらに両辺からⒷ×45 を引くと、

Ⓐ×32＝Ⓑ×24

となることから、Ⓐ：Ⓑは、

Ⓐ：Ⓑ$=\frac{1}{32}:\frac{1}{24}=3:4$

より、<u>3：4</u> です。

(2) (1)の結果から、ポンプ A が 1 分あたりに入れる水の量を③、ポンプ B が 1 分あたりに入れる水の量を④とすると、水そうが満水になった際の水の量全体は、

③×72＋④×45＝396

より、396 と表すことができます。

ポンプ A とポンプ B の 2 つを 36 分使った際の水の量は、

(③＋④)×36＝252

252 となるため、ポンプ C が 1 分あたりに入れる水の量は、

(396 − 252)÷16＝⑨

より、⑨となるため、水そうをポンプ C だけを使って満水にするには、

396 ÷⑨＝44（分）

より、<u>44 分</u>かかります。

(3) (2)より、44 分で満水になる予定が、

44＋8＝52（分）

より、52 分であったことがわかります。

ポンプ A とポンプ B の 2 つを使った際の 1 分あたりに入れる水の量は、③＋④＝⑦

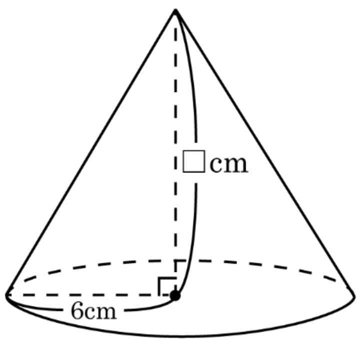
で、ポンプ C だけを使った際の 1 分あたりに入れる水の量が⑨、合計の時間数が 52 分であることから、つるかめ算の考え方よりポンプ A とポンプ B の 2 つを使った時間は、

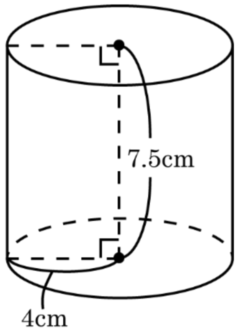
(⑨×52− 396)÷(⑨−⑦)＝72÷②＝36（分間）

より、<u>36 分間</u>です。

$\boxed{5}$ 立体図形

(1) 直角三角形 ABC を AC を軸に 1 回転させてできる立体は、次の左のような円すいで、長方形 DEFG を GF を軸として 1 回転させてできる立体は、次の右のような円柱になります。





AC の長さである円すいの高さを□cm とすると、円すいの体積は、

$6\times6\times3.14\times□\times\frac{1}{3}=12\times□\times3.14$（㎤）

という式で表すことができます。

また、円柱の体積は、

$4\times4\times3.14\times7.5=120\times3.14$（㎤）

という式で表すことができます。

円すいと円柱の体積が等しいことから、

$12\times□\times3.14=120\times3.14$

$12\times□=120$

$□=120\div12=10$

より、AC の長さは 10cm です。

【別解】

円すいの底面積と円柱の底面積の比は、

6×6：4×4＝9：4

より、9：4 になります。

それぞれの底面積を⑨、④とすると、円すいの体積は［底面積×高さ×$\frac{1}{3}$］、円柱の体積は［底面積×高さ］として求められるので、円すいの高さをⓐcm、円柱の高さをⓑcm とすると、

⑨×ⓐ×$\frac{1}{3}$＝④×ⓑ

③×ⓐ＝④×ⓑ

となることから、ⓐ：ⓑは、

$$ⓐ：ⓑ=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=4:3$$

より、4：3 になります。
よって、円すいの高さ（AC の長さ）は、

$$7.5\times\frac{4}{3}=10\text{（cm）}$$

より、<u>10cm</u> です。

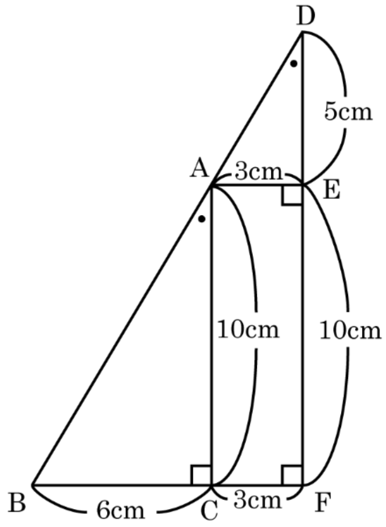
(2) 直角三角形 ABC の BA を延長した線と直線 XY が交わる点を D、頂点 A から直線 XY に垂直にひいた線と直線 XY が交わる点を E 、BC を延長した線と直線 XY が交わる点を F とします。
AC と DF が平行であることから、角 BAC と角 ADE の大きさが等しく、角 ACB と角 DEA はどちらも直角なので、三角形 ABC と三角形 DAE は相似になります。

AC：BC＝DE：AE＝10：6＝5：3

より、DE の長さは、

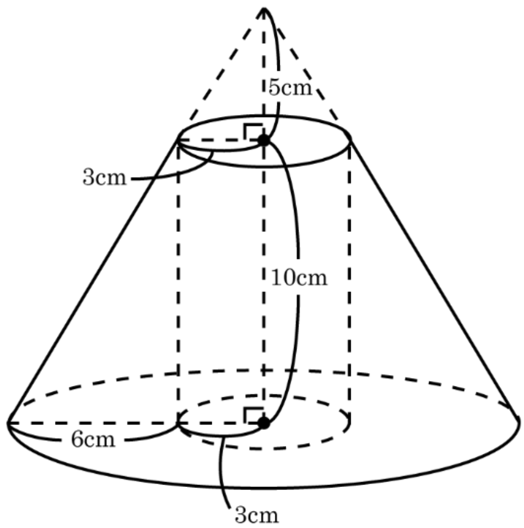
$$3\times\frac{5}{3}=5\text{（cm）}$$

より、5cm です。



求める立体の体積は、底面の半径が(6＋3＝)9cm、高さが(10＋5＝)15cm の円すいの体積から、底面の半径が 3cm、高さが 5cm の円すいの体積と、底面の半径が 3cm で高さが 10cm の円柱の体積を切り取った立体の体積となります。
よって、立体の体積は、

$$9\times9\times3.14\times15\times\frac{1}{3}-3\times3\times3.14\times5\times\frac{1}{3}$$
$$-3\times3\times3.14\times10$$
$$=(405-15-90)\times3.14$$
$$=300\times3.14$$



＝942（㎤）

より、<u>942 ㎤</u>です。

$\boxed{6}$ 規則性

(1) 図の整数は、3 と 5 の最小公倍数の 15 で割ったあまりのうち、［1、2、4、7、8、11、13、14］の 8 個の整数をひとつの周期として、2 段にわかれてならんでいます。

	1列目	2列目	3列目	4列目	
1 段目	1	2	4	7	周期①
2 段目	8	11	13	14	
3 段目	16	17	19	22	周期②
4 段目	23	26	28	29	
5 段目	31	32	34	37	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

右の図のように、1 段目と 2 段目にある 8 個の整数を周期①、3 段目と 4 段目にある 8 個の整数を周期②、…と周期ごとにわけて考えます。

例えば「5 段目の 2 列目」にならんでいる数は、

　$5\div2=2$ あまり 1

より、2 段でつくられる周期が 2 つあって、1 あまっていますので、$2+1=3$ から「周期③」に含まれます。

周期③に含まれる数はすべて周期①に含まれる数に、

　$15\times(3-1)=30$

より、30 を加えた数です。

このうち 2 列目にならぶ数は、奇数段目は 2 に 30 を、偶数段目は 11 に 30 を加えますので、5 段目の 2 列目にならんでいる数は、

　$2+30=32$

より、32 となります。

この考え方で、「25 段目の 3 列目」にならんでいる数は、

　$25\div2=12$ あまり 1

より、周期⑬に含まれ、奇数段目の 3 列目は 4 に 15 の(13－1)倍の数を加えますので、

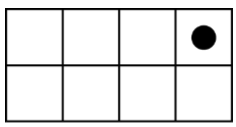
　$15\times(13-1)+4=184$

より、<u>184</u> と求められます。

(2) まずは、412 が周期の中の何段目の何列目にならんでいるのかを、15 で割ったあまりから考えます。

　$412\div15=27$ あまり 7

より、412 は周期の中の「奇数段目の 4 列目」（右の図の●）にならんでいます。



上の計算より、412 は周期①の 7 に 15 を 27 回加えた数ですの

で、

　27＋1＝28

より、周期㉘にあることから、28 番目の奇数段目にならんでいることがわかります。

　2×(28－1)＋1＝55（段目）

より、412 は 55 段目の 4 列目にならんでいます。

(3) アが奇数段目にならんでいるか、偶数段目にならんでいるかで、ア、イ、ウ、エの数のならび方が変わってきますので、それぞれの場合に分けて考えます。

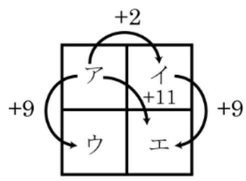
《アが奇数段目の場合》

右の図のように、

　イ＝ア＋2

　ウ＝ア＋9

　エ＝ア＋11



アが奇数段目

となりますので、

　ア＋(ア＋2)＋(ア＋9)＋(ア＋11)＝3420

を満たすアを求めます。

　ア×4＋(2＋9＋11)＝3420

　ア×4＝3420－22＝3398

　ア＝3398÷4＝849 あまり 2

より、アを満たす整数はありません。

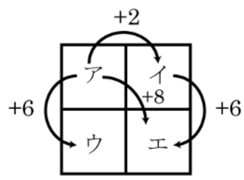
《アが偶数段目の場合》

右の図のように、

　イ＝ア＋2

　ウ＝ア＋6

　エ＝ア＋8



アが偶数段目

となりますので、

　ア＋(ア＋2)＋(ア＋6)＋(ア＋8)＝3420

を満たすアを求めます。

　ア×4＋(2＋6＋8)＝3420

　ア×4＝3420－16＝3404

　ア＝3404÷4＝851

より、ア＝851 が条件を満たします。

よって、求めるアの値は 851 です。

$\boxed{7}$ 速さとグラフ

(1) 図書館から家までの道のりは、1.8km＝1800m で、兄と弟は同時に出発してから 9 分後に出会ったので、2 人の速さの和は、

$1800 \div 9 = 200$（m/分）

より、分速 200m です。兄が自転車で移動する速さと弟が歩く速さの比が 3：1 なので、兄が自転車で移動する速さは、

$200 \times \dfrac{3}{3+1} = 150$（m/分）

より、分速 150m なので、

$150 \times 60 \div 1000 = 9$（km/時）

より、<u>時速 9km</u> です。

(2) ① 兄が自転車で家を出て図書館に着くまでの時間は、

$1800 \div 150 = 12$（分）

より、12 分です。

また、弟が歩く速さは、

$200 - 150 = 50$（m/分）

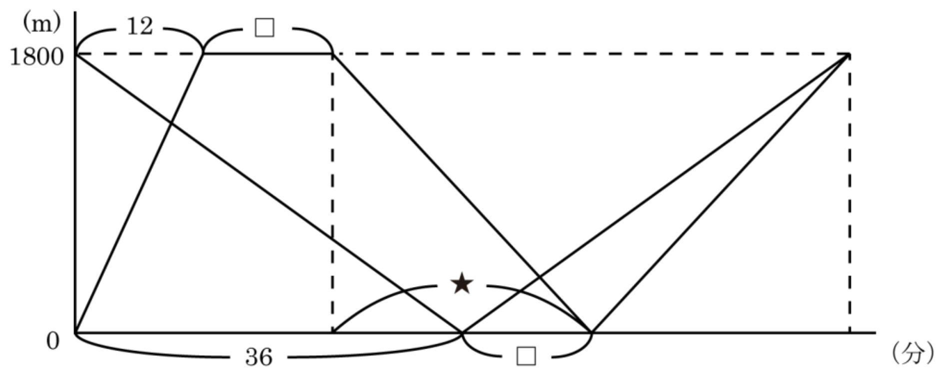
より、毎分 50m なので、弟が図書館から家まで歩く時間は、

$1800 \div 50 = 36$（分）

より、36 分です。

そこで下のグラフで考えます。

グラフのたて軸の単位を「m」に、横軸の単位を「分」にします。



兄が図書館で本を探した時間と、弟が家に着いてから兄が歩いて家に着くまでの時間が等しくなるので、その時間を□分とします。

兄が歩く速さを求めるためには、グラフの★の部分の時間で道のりの 1800m を割ればよいことになります。

★＝(36＋□)－(12＋□)＝36－12＝24

より、兄が歩く速さは、

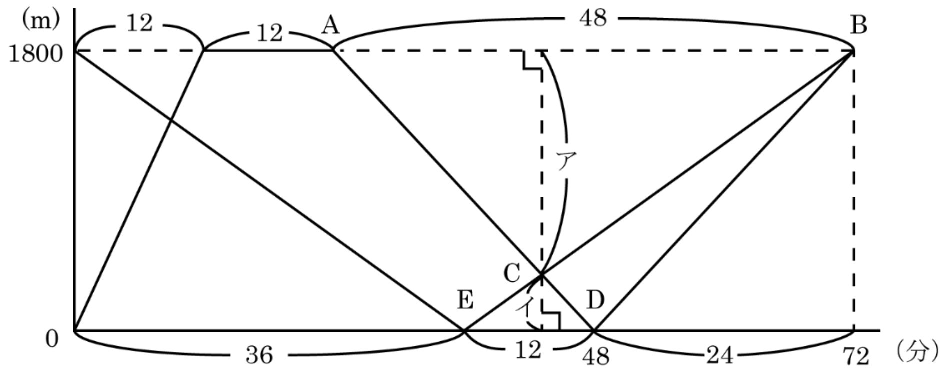
1800÷24＝75（m/分）

より、分速 75m なので、

75×60÷1000＝4.5（km/時）

より、<u>時速 4.5km</u> です。

② 兄と弟が 2 回目に出会うのは、下のグラフの C の時点です。



兄が家から図書館まで歩く時間は、

1800÷75＝24（分）

より、24 分です。

弟が図書館と家の間を往復するのにかかる時間は、

36×2＝72（分）

より、72 分なので、兄が図書館から歩いて家に着く時間（グラフの D）は、

72－24＝48（分）

より、48 分となります。

グラフの中の三角形 ABC と三角形 DEC が相似となり、相似比は、

AB：DE＝48：12＝4：1

より、4：1 です。

求める道のりは、グラフのアの部分なので、

$$1800\times\frac{4}{4+1}=1440\text{（m）}$$

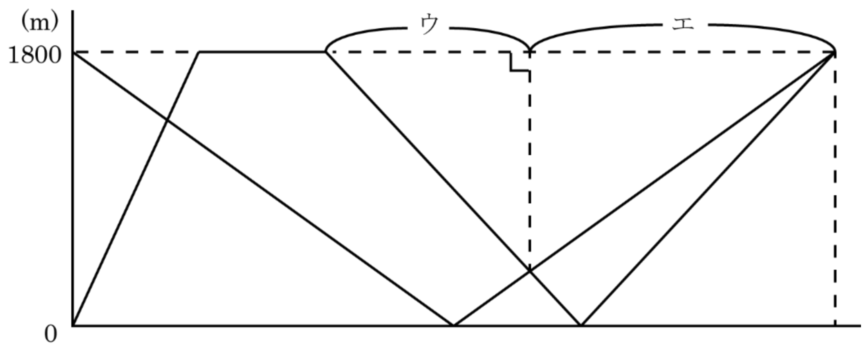
より、1440m なので、<u>1.44km</u> です。

【別解】

次のグラフで、兄が図書館を出発してから2人が2回目に出会うまでの時間（ウ）と、2人が2回目に出会ってから弟が図書館に着くまでの時間（エ）の比は、兄と弟が同じ道のりを進むのにかかる時間の比で、兄と弟の速さの比の逆比となるため、

$$\frac{1}{75}:\frac{1}{50}=2:3$$

より、2：3になります。



ウとエの時間の合計が48分なので、ウの時間は、

$$48\times\frac{2}{2+3}=19.2\text{（分）}$$

より、19.2分なので、その道のりは、

$$75\times19.2=1440\text{（m）}$$

より、1440mなので、<u>1.44km</u>です。