6年生 第2回 公開組分けテスト

予想問題

算　数
［解答と解説］

中学受験専門プロ家庭教師
中学受験鉄人会

解　答

1 (1)　7　(2)　$1\frac{5}{7}$　(3)　$\frac{2}{15}$

2 (1)　20(通り)　(2)　8：4：3　(3)　11：4　(4)　28(個)

(5)　36(通り)　(6)　36(cm)　(7)　200(㎠)　(8)　21(km)

3 (1)　870　(2)　19(段目の左から)7(番目)

4 (1)　(時速)60(km)　(2)　14(分)24(秒)

5 (1)　8(cm)　(2)　42

6 (1)　$1\frac{2}{3}$ (m)　(2)　12(m)　(3)　40(㎡)

7 (1)　30(通り)　(2)　14(通り)

8 (1)　18　(2)　9　(3)　20

配　点

各８点

解　説

2

(1) ３の倍数となる整数は、各位の数の和が３の倍数となります。

和が３の倍数となるような３つの数字の組み合わせは、以下の４組あります。

(0、1、5)、(0、5、7)、(1、3、5)、(3、5、7)

各組合せの、３つの数字を並べかえてできる整数は、

(0、1、5)…2×2×1＝4（通り）

(0、5、7)…2×2×1＝4（通り）

(1、3、5)…3×2×1＝6（通り）

(3、5、7)…3×2×1＝6（通り）

よって、全部で、

4＋4＋6＋6＝20（通り）

より、20 通りです。

⑵ 辺 AB に注目すると、

AE：EB＝三角形 AEC：三角形 BEC＝4：1

AD：DE＝三角形 ADF：三角形 EDF＝2：1

ここで AE の長さを、(2＋1＝)3 と 4 の最小公倍数 12 にそろえると、

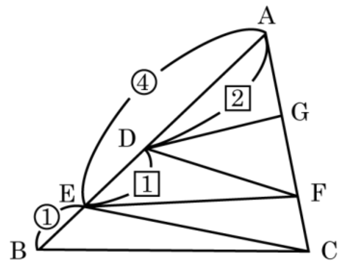
AE：EB＝4：1＝12：3

AD：DE＝2：1＝8：4

となることから、AD：DE：EB は、

AD：DE：EB＝8：4：3

より、8：4：3 です。



⑶ 姉と妹が同じ道のりを進むのにかかった時間に注目します。

家から姉が妹に追いついた地点までの道のりを進むのに、姉は 4 分、妹は(7＋4＝)11 分かかっています。

同じ道のりを進む速さの比は、かかった時間の比の逆比になることから、姉が自転車で走る速さと妹が歩く速さの比は、

$\frac{1}{4}:\frac{1}{11}=11:4$

より、11：4 です。

⑷ A 君が品物を 1 個こわすことで、20 円をもらえないだけでなく、180 円を払うことになりますので、こわさずに運んだ場合と比べて、

20＋180＝200（円）

より、もらう金額が 200 円少なくなります。

すべての品物をこわさずに運べた場合の金額と実際にもらった金額の差が、1 個あたりの少なくなる金額 200 円の、こわした個数分にあたりますので、

(20×800－10400)÷200＝28（個）

より、こわした品物は 28 個です。

⑸ 列の両はしにくる男子の並び方は、

3×2＝6（通り）

より、6 通りとなります。

列のまん中にくる、男子 1 人と女子 2 人の 3 人の並び方は、

3×2×1＝6（通り）

より、6 通りとなりますので、男子が両はしにくる並び方は

$6\times6=36$（通り）

より、<u>36 通り</u>です。

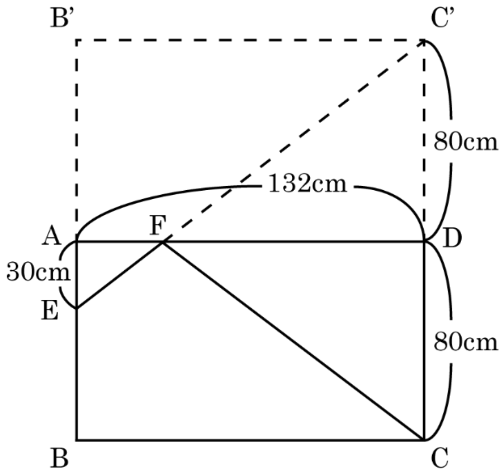
(6) 右の図のように、長方形 ABCD を辺 AD を軸に対称移動した図形を長方形 AB'C'D とします。

小球が辺 AD で当たる点を F とすると、三角形 AEF と三角形 DC'F は相似の関係となり、相似比は、30：80＝3：8 となります。

よって、求める AF の長さは、

$$132\times\frac{3}{3+8}=12\times3=36\text{（cm）}$$

より、<u>36cm</u> です。

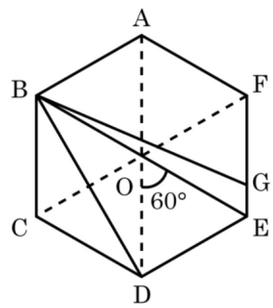


(7) 右の（図 1）のように、直線 BE を引いて、四角形 BDEG を 2 つの三角形に分けて考えます。

（図 1）で BO＝EO より、三角形 BDE の面積は三角形 ODE の面積の 2 倍で、三角形 ODE の面積は正六角形 ABCDEF の面積の$\frac{1}{6}$ になることから、三角形 BDE の面積は正六角形 ABCDEF の面積の$\frac{1}{3}$となり、

$$480\times\frac{1}{3}=160\text{（㎠）}$$

より、160 ㎠となります。



（図 1）

また、右の（図 2）で太線に囲まれた三角形 BEF の面積も、三角形 BDE と同じく 160 ㎠です。

三角形 BEG と三角形 BFG は高さが同じ三角形ですので、面積比は底辺の比にあたる、

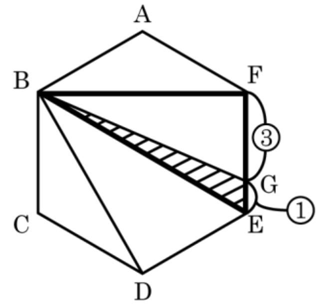
EG：GF＝1：3

より、1：3 となることから、三角形 BEG の面積は、

$$160\times\frac{1}{1+3}=40\text{（㎠）}$$

より、40 ㎠となるため、四角形 BDEG の面積は、

$160+40=200$（㎠）

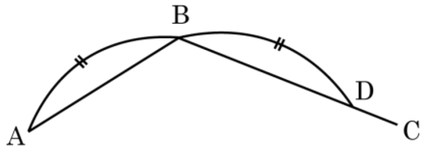


（図 2）

より、<u>200 ㎠</u>です。

(8) 右の図のように、BC 上の AB＝BD となる地点を D とします。

行きの A→B→D を進む時間と、帰りの D→B→A を進む時間は同じになるので、A→B→C を進むのにかかった時間と、C→B→A を進むのにかかった時間の差は、D→C を進む時間と C→D を進む時間の差と同じになります。



かかった時間の差は、

$$4\frac{1}{2}-4\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\ \text{（時間）}$$

より、$\frac{1}{4}$ 時間です。

同じ道のりを進む時間の比は、速さの比の逆比になりますので、D→C と下り坂を進む時間と、C→D と上り坂を進む時間の比は、かなこさんがそれぞれを進む速さの比、6：4 の逆比となるため、

$$\frac{1}{6}:\frac{1}{4}=2:3$$

より、2：3 となります。

比の差の(3－2＝)1 が$\frac{1}{4}$ 時間にあたるので、下りの D→C にかかる時間が、

$$\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}\ \text{（時間）}$$

より、$\frac{1}{2}$ 時間となることから、D から C までの道のりは、

$$6\times\frac{1}{2}=3\ \text{（km）}$$

より、3km となります。

行きにかかった $4\frac{1}{4}$ 時間のうち、D→C に$\frac{1}{2}$ 時間かかったことから、A→B→D にかかった時間は、

$$4\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=3\frac{3}{4}\ \text{（時間）}$$

より、$3\frac{3}{4}$ 時間です。

A→B と B→D の道のりは同じになることから、それぞれを進むのにかかった時間は速さの比の逆比の、3：2 となります。

よって、A→B にかかった時間は、

$3\frac{3}{4}\times\frac{3}{3+2}=\frac{9}{4}$ （時間）

より、$\frac{9}{4}$ 時間となることから、A→B　（B→D）の道のりは、

$4\times\frac{9}{4}=9$（km）

より、9km です。

よって、A 地点から B 地点を通って C 地点まで行く道のりは、

9×2＋3＝21（km）

より、21km です。

$\boxed{3}$

(1) 各段の左はしの数に注目すると、

・1 段目→1

・2 段目→1＋2＝(1＋2)×2÷2＝3

・3 段目→1＋2＋3＝(1＋3)×3÷2＝6

・4 段目→1＋2＋3＋4＝(1＋4)×4÷2＝10

・5 段目→1＋2＋3＋4＋5＝(1＋5)×5÷2＝15

といったきまりで整数がならんでいます。

12 段目の左はしの数は、

(1＋12)×12÷2＝78

より、78 となります。

また、11 段目の左はしの数は、

(1＋11)×11÷2＝66

より、66 となることから、12 段目の右はしの数は、

66＋1＝67

より、67 となり、12 段目には 12 個の整数がならぶため、12 段目にならんでいる整数全部の和は、

(67＋78)×12÷2＝870

より、870 となります。

(2) 整数 N について、1 から N までの和は、(1＋N)×N÷2 の式で表されます。

この式で表される値が最も 184 に近くなるような N を探すと、

(1＋18)×18÷2＝171

(1＋19)×19÷2＝190

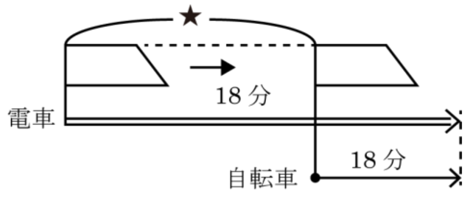
となることから、184 は、19 段目にならぶことがわかります。
19 段目の左はしの数が 190 となるため、

190－184＋1＝7（番目）

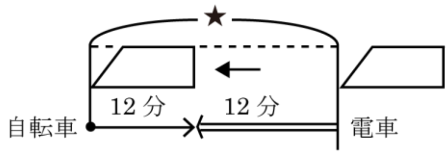
より、184 は、19 段目の左から 7 番目にならんでいます。

4

(1) 自転車が電車に追いこされてから、次の電車に追いこされるまでの様子は、右の（図 1）のように表すことができます。
また、自転車が向かってくる電車とすれちがってから、次の電車とすれちがうまでの様子は、右の（図 2）のように表すことができます。
電車が等しい間隔で運転していることから、（図 1）と（図 2）の★の部分の長さが等しくなります。
★の部分は、（図 1）では電車と自転車が 18 分で進む道のりの差を表し、（図 2）では電車と自転車が 12 分で進む道のりの和を表します。



（図 1）



（図 2）

そこで、電車の速さを $\boxed{で}$、自転車の速さを $\boxed{じ}$ とすると、以下の式が成り立ちます。

$$(\boxed{で}-\boxed{じ})\times 18=(\boxed{で}+\boxed{じ})\times 12$$

この式より、

$$(\boxed{で}-\boxed{じ}):(\boxed{で}+\boxed{じ})=\frac{1}{18}:\frac{1}{12}=2:3$$

より、$\boxed{で}-\boxed{じ}$ を②、$\boxed{で}+\boxed{じ}$ を③とすると、和差算の考え方より、

$$\boxed{で}=(③+②)\div 2=\frac{5}{2}$$

$$\boxed{じ}=(③-②)\div 2=\frac{1}{2}$$

より、電車の速さと自転車の速さの比は、

$$\frac{5}{2}:\frac{1}{2}=5:1$$

より、5 : 1 となります。
よって、電車の速さは、

$12\times5=60$（km/時）

より、時速 60km です。

(2) （図 2）の★が表す電車と電車の間隔は、電車と自転車が 12 分で進む道のりの和と等しくなります。

$(60+12)\times\frac{12}{60}=14.4$（km）

14.4km を電車が進む時間が、電車の運転間隔にあたりますので、

$14.4\div60\times60=14.4$（分）

$0.4\times60=24$（秒）

より、電車は 14 分 24 秒間隔で運転しています。

5

(1) (P)の部分ではグラフより、水の深さが 10 分後に 10cm になるので、

$10\div10=1$（cm）

より、毎分 1cm の割合で水が増えます。

よって、1 分間に注がれる水の量は、

$20\times8\times1=160$（cm³）

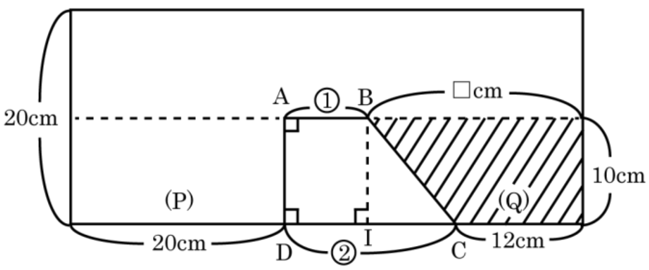
より、160 cm³となります。

グラフより、(Q)の部分に仕切りの高さ 10cm まで水を入れるのに、(18－10＝)8 分かかるので、

$(18-10)\times160=1280$（cm³）

より、(Q)の部分には 1280 cm³の水が入ります。

よって、水そうを正面から見た右の図の斜線部分の面積は、



$1280\div8=160$（cm²）

より、160 cm²になります。

斜線部分の台形の上底を□cm とすると、

台形の面積の公式より、

$(\square+12)\times10\div2=160$（cm²）

$\square=160\times2\div10-12=20$（cm）

より、□の長さは 20cm となります。

AB：DC＝2：1 より、CI の長さが比の(2－1＝)1 となることから、AB の長さは、

$(20-12)\times\frac{1}{2-1}=8$（cm）

より、8cm となります。

(2) (1)より、DC の長さは、

$8 \times 2 = 16$（cm）

より、16cm となります。

よって、水そうの仕切りより上の部分の体積は、

$(20 + 16 + 12) \times 8 \times (20 - 10) = 3840$（㎤）

より、3840 ㎤です。

ここから、仕切りの上の部分に水が注がれる時間は、

$3840 \div 160 = 24$（分）

より、24 分となるので、（ア）にあてはまる数は、

$18 + 24 = 42$（分）

より、<u>42</u> です。

$\boxed{6}$

(1) 右の（図 1）の B に棒を立てたときの影の先を P とします。

また、（図 2）のようにライトの高さを AA'、B に立てた棒の高さを BB'とすると、角 A'AP＝角 B'BP＝90 度より、三角形 A'PA と三角形 B'PB は相似になりますので、

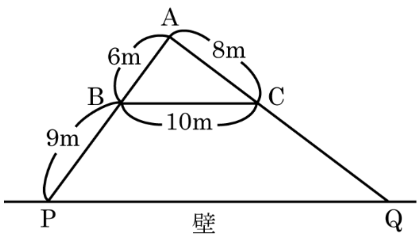
A'A : B'B＝AP : BP＝$(6+9) : 9 = 5 : 3$

より、A'A : B'B＝5 : 3 となります。

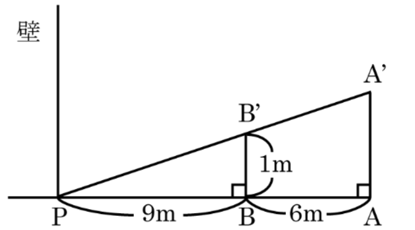
よって、ライトの高さ（A'A）は、

$1 \times \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$（m）

より、$\underline{1\frac{2}{3}\ \mathrm{m}}$ です。



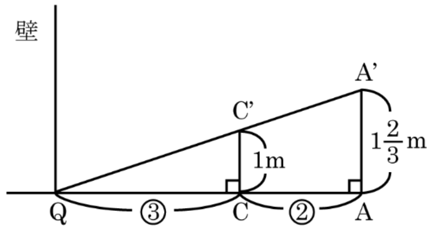
（図 1）



（図 2）

(2) （図 1）の C に棒を立てたときの影の先を Q とします。

また、（図 3）のようにライトの高さを AA'、C に立てた棒の高さを CC'とすると、(1)と同じように三角形 A'AQ と三角形 C'CQ は相似になります。



（図 3）

A'A : C'C＝$\frac{5}{3}$: 1＝5 : 3

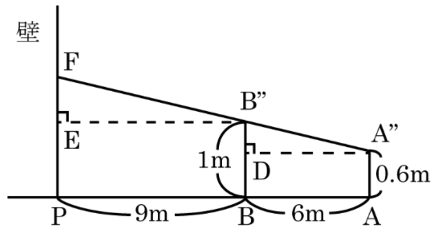
より、QC の長さを③とすると、AC の長さは、(⑤－③)

＝②となります。

AC の長さが 8m であることから、求める影の長さ（QC）は、

$8\times\frac{3}{2}=12$（m）

より、<u>12m</u> となります。



（図 4）

(3) （図 4）のように、低くしたライトの高さを AA"、B に立てた棒の高さを BB"、壁に映った影の長さを FP とします。

また、A"から BB"に垂直に引いた線を A"D、B"からに FP に垂直に引いた線を B"E とすると、FP と BB"が平行であることから角 B"FE＝角 A"B"D、角 B"EF＝角 A"DB"＝90 度より、三角形 B"EF と三角形 A"DB"は相似になります。

B"D の長さが(1－0.6＝)0.4m となることから、

FE : B"E＝B"D : A"D＝0.4 : 6＝1 : 15

より、FE : B"E＝1 : 15 であるため、FE の長さは、

9÷15＝0.6（m）

より、0.6m となり、棒の影の長さは、

1＋0.6＝1.6（m）

より、1.6m となります。

（図 1）で、

AB : AP＝6 : (6＋9)＝2 : 5

AC : AQ＝8 : (8＋12)＝2 : 5

となることから、三角形 ABC と三角形 APQ は相似となり、相似比は 2 : 5 です。

PQ の長さが、

$10\times\frac{5}{2}=25$（m）

より、25m となり、壁を影が通過する部分の面積は、たて 1.6m、横 25m の長方形の面積になるので、

1.6×25＝40（㎡）

より、求める部分の面積は、<u>40 ㎡</u>です。

$\boxed{7}$

(1) サイコロを 3 回投げて、最後に 10 の枠にコマがあるのは、「サイコロの出た目の数の和がちょうど 10 になるとき」と「2 回目に 1 度左に戻って、最後に 10 の枠にコマを置くとき」の 2 通りです。それぞれの場合について考えます。

・<u>サイコロの出た目の数の和がちょうど 10 になるとき</u>

3 回の出た目の数の和が 10 になる目の組合せは、以下の 6 通りあります。

（1、3、6）、（1、4、5）、（2、2、6）、（2、3、5）、（2、4、4）、（3、3、4）

それぞれの目の並び方は以下の通りです。

（1、3、6）、（1、4、5）、（2、3、5）→ 3 回とも異なる目…$3 \times 2 \times 1 = 6$（通り）

（2、2、6）、（2、4、4）、（3、3、4）→ 同じ目が 2 回出る…3 通り

合計して、$6 \times 3 + 3 \times 3 = 27$（通り）の目の出方があります。

・<u>2 回目に 1 度左に戻って、最後に 10 の枠にコマを置くとき</u>

サイコロの出た目を［1 回目、2 回目、3 回目］とすると、［5、6、1］、［6、5、1］、［6、6、2］の 3 通りあります。

以上より、サイコロを 3 回投げて、最後に 10 の枠にコマがあるのは、

$27 + 3 = 30$（通り）

より、<u>30 通り</u>です。

(2) サイコロを 4 回投げて、途中で 2 度左にコマを戻す場合、4 回目にコマを左に戻すと、最後に 10 の枠にコマを置くことはできませんので、左にコマを戻すのは、2 回目と 3 回目になります。
2 回目にコマを左に戻すことを考え、場合分けして考えます。

まずは、2 回目にコマが 9 の枠にあるように、1 回目と 2 回目のサイコロの目の和が 11 になるときを考えます。
また、サイコロの出た目を［1 回目、2 回目、3 回目、4 回目］と表すこととします。

・<u>1 回目→2 回目が、5→6 の場合</u>

2 回目の段階で 1 度目に左に戻して 9 の枠にコマがあるので、3 回目に 2 度目に左に戻して、3 回目の数が 4 回目の数より 1 多くなるようにします。

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

［5、6、2、1］、［5、6、3、2］、［5、6、4、3］、［5、6、5、4］、［5、6、6、5］
の5通りです。

・1回目→2回目が、6→5の場合
2回目の段階で1度左に戻して9の枠にコマがあるので、上の図と同じかたちになります。
3回目に2度目に左に戻して、3回目の数が4回目の数より1多くなるようにします。
［6、5、2、1］、［6、5、3、2］、［6、5、4、3］、［6、5、5、4］、［6、5、6、5］
の5通りです。

次に、2回目にコマが8の枠にあるように、1回目と2回目のサイコロの目の和が12になるときを考えます。

・1回目→2回目が、6→6の場合
2回目の段階で1度左に戻して8の枠にコマがあるので、3回目に2度目に左に戻して、3回目の数が4回目の数より2多くなるようにします。

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

［6、6、3、1］、［6、6、4、2］、［6、6、5、3］、［6、6、6、4］
の4通りです。

以上より、
$5+5+4=14$（通り）
より、サイコロを4回投げて、途中で2度左にコマを戻して、最後に10の枠にコマがあるのは、全部で14通りです。

$\boxed{8}$

(1) （グラフⅠ）より、2点P、Qが点Aを同時に出発してから初めて出会うまでに、6秒かかっていることがわかります。
この6秒間でP、Qが移動した長さの和は、AB間の1往復分になります。
（グラフⅠ）の（ア）はPとQが3回目に出会うまでの時間であるため、2点が動いた長さの和がAB間の3往復分になる時間となります。
よって、（ア）にあてはまる数は、
$6\times3=18$（秒）
より、18です。

⑵ P と Q が 6 秒間に進む長さの和が AB 間の 1 往復分であることから、P と Q の速さの和は、

$60\times2\div6=20$（cm/秒）

より、毎秒 20cm です。

（グラフⅠ）より、P と Q が初めて同時に点 A に戻るまでに、P は AB 間を 3 往復、Q は AB 間を 2 往復していることから、P と Q の速さの比は、3：2 となります。

よって、P の速さは、

$$20\times\frac{3}{3+2}=12\text{（cm/秒）}$$

より、毎秒 12cm に、Q の速さは、

$20-12=8$（cm/秒）

より、毎秒 8cm になります。

次に、P が AB 間を進むのにかかる時間は、

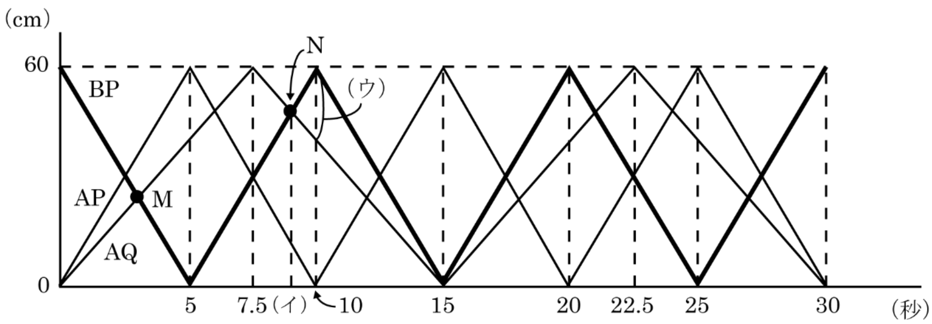
$60\div12=5$（秒）

Q が AB 間を進むのにかかる時間は、

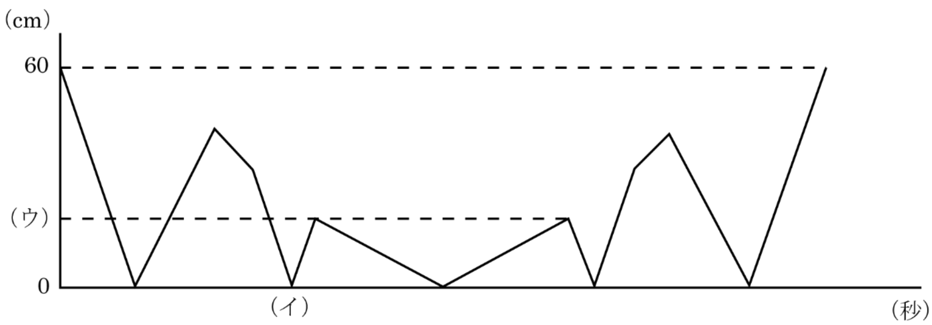
$60\div8=7.5$（秒）

となります。

これらの値と、BP の長さを表すグラフを（グラフⅠ）に書き入れたものが、次の（解説グラフ）になります。



（解説グラフ）

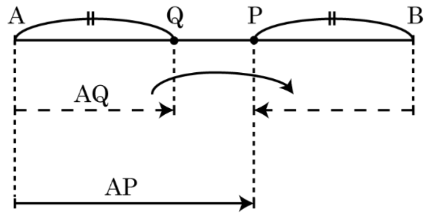


（グラフⅡ）

この（解説グラフ）と問題の（グラフⅡ）を照らし合わせて、（イ）の値を求めて行きます。

まず、BP と AQ のグラフが 1 回目に交わる M の時点では、AQ の長さと BP の長さが等しくなります。

このとき、右の図のように P と Q が進んだ長さの和がちょうど AB 間の長さと等しくなることがわかります。



（1 回目）

この M の時点で（グラフⅡ）のたて軸が、

BP－AQ＝0

より、0 となります。

M の時間は、

60÷(12＋8)＝3（秒）

より、3 秒です。

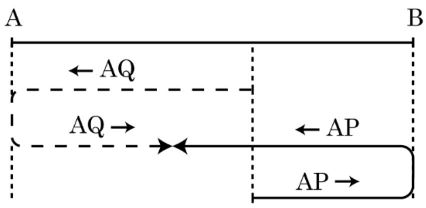
ここから、（イ）は、

「BP と AQ の長さが 2 回目に等しくなるとき」

→「P が A から、Q が B から同時に出発したとして 2 回目に出会うとき」

と考えることができます。

右の図のように、2 点が 2 回目に出会うときは、1 回目に出会ってから、P と Q が AB 間の長さの 1 往復分を進んだときとなります。



（2 回目）

P と Q が AB 間の長さの 1 往復分を進むのにかかる時間は、

60×2÷(12＋8)＝6（秒）

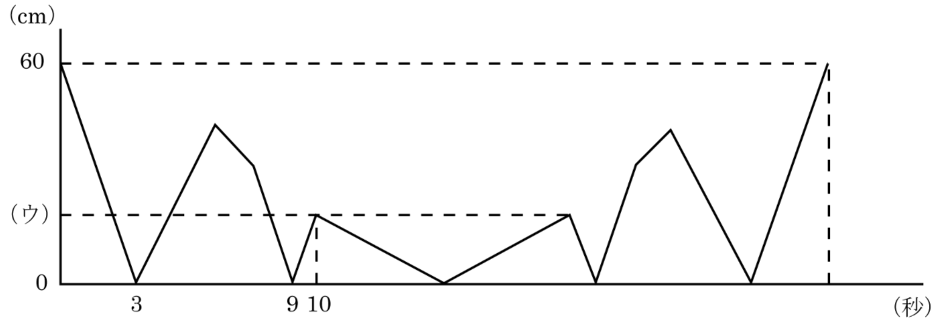
より、6 秒となるため、（イ）にあてはまる数は、

3＋6＝9（秒）

より、9 です。

(3) （解説グラフ）の通り、BP と AQ の長さの差は 9 秒後に 0 となり（2 回目に長さが等しくなり）、そこから P が A に最初に戻ってくる 10 秒後までは差が開き、その後は差が縮まって行きます。

よって、（グラフⅡ）の（ウ）は 10 秒後の BP と AQ の長さの差であることがわかります。



（イ）にあたる 9 秒後から 10 秒後の 1 秒間で、BP の長さは毎秒 12cm の割合で長く、AQ の長さは毎秒 8cm の割合で短くなりますので、

(12＋8)×(10－9)＝20（cm）

より、（ウ）にあてはまる数は 20 となります。