７月度　　入室・組分けテスト

予想問題

６年

算　数

［解答と解説］

中学受験専門プロ家庭教師

中学受験鉄人会

解　答

1　(1) 7.79　　(2) $2\frac{7}{300}$　　(3) $\frac{3}{250}$

2　(1) 102　　(2) 50（%）　　(3) 91（人）　　(4) 15（個）

(5) 5（通り）　　(6) 3（分間）　　(7) 188（人）

3　(1) 38（度）　　(2) 1176（㎠）　　(3) 75.36（㎠）　　(4) 56.52（㎠）

(5) 28

4　(1) 40（人）　　(2) 67.6（点）　　(3) 72（点）

5　(1) 9：40　　(2) 9：20　　(3) 3：10

6　(1) 15：16　　(2) 85（分後）　　(3) 53：75

7　(1)　[1、2]、[1、3、5]　　(2)　ア…7、イ…3、ウ…4、エ…5

(3)　13 枚、[3、11]、[4、10]、[5，9]、[6、8]

配　点　150 点満点

1　5 点×3　2 (1)(2)(3)(4)(5)(6) 5 点×6、(7) 6 点

3 (1)(2)(3) 5 点×3、(4)(5) 6 点×2　4　6 点×3　5　6 点×3　6　6 点×3

7　6 点×3　※ 7 (1)(2)(3)はそれぞれ 1 問として採点

解　説

2　小問集合（文章題）

(1) 4 で割ると 2 あまる数と、7 で割ると 4 あまる数を並べると、以下のようになります。

・4 で割ると 2 あまる数 2、6、10、14、18、…

・7 で割ると 4 あまる数 4、11、18、25、32、…

どちらにもあてはまる最初の数は 18 で、そこからは、4 と 7 の最小公倍数 28 をたして数が増えて行くことになります。

18、46、74、102、…

となることから、100 に最も近い数は 102 です。

(2) 原価を①とすると、定価の 30%引きとした売り値は、原価の 5%の利益が出ることから、1.05 として表すことができます。

この 1.05 が定価の 30%引きとなることから、定価は、

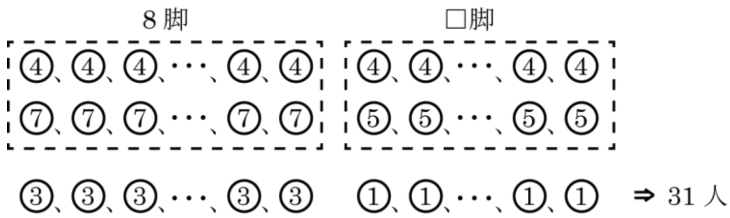
1.05 ÷0.7＝ 1.5

より、1.5 として表すことができます。

よって、定価は原価の 50%増しとなります。

(3) 右の図のように、8 脚の長いすに 1 脚あたり 7 人ずつ座るようにすると、1 脚あたり 4 人ずつ座るようにする場合よりも、

(7－4)×8＝24（人）



より、24 人多く座ることができます。

残りの長いすの数を□脚とすると、以下のような式が成り立ちます。

24＋(5－4)×□＝31

□＝(31－24)÷(5－4)＝7

より、残りの長いすの数は 7 脚となります。

よって、この学校の 6 年生の生徒の人数は、

(8＋7)×4＋31＝91（人）

より、91 人です。

※上記の式以外にも、

7×8＋5×7＝56＋35＝91（人）

として求めることもできます。

(4) 分数の並びは、分子が［1、2、3］の周期で、分母が 6 から 1 ずつ大きくなっているというきまりです。

$\frac{1}{10}=\frac{2}{20}=\frac{3}{30}$ であることを利用して、分子で場合分けして考えて行きます。

分子が 1 で$\frac{1}{10}$ より大きい分数は、分母が 10 より小さい分数となります。

この考え方より、当てはまる分数は以下の通りとなります。

・分子が 1 で$\frac{1}{10}$ より大きい分数 → $\frac{1}{6}$、$\frac{1}{9}$ の 2 個

・分子が 2 で$\frac{2}{20}$ より大きい分数 → $\frac{2}{7}$、$\frac{2}{10}$、$\frac{2}{13}$、$\frac{2}{16}$、$\frac{2}{19}$ の 5 個

・分子が 3 で$\frac{3}{30}$ より大きい分数 → $\frac{3}{8}$、$\frac{3}{11}$、$\frac{3}{14}$、$\frac{3}{17}$、$\frac{3}{20}$、$\frac{3}{23}$、$\frac{3}{26}$、$\frac{3}{29}$ の 8 個

以上より、この数列に並ぶ分数のうち、$\frac{1}{10}$ より大きい分数は全部で、

　　2＋5＋8＝15（個）

より、15 個です。

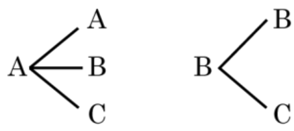
(5) 品物は全部で 5 個ありますので、買わない 2 個の組合せの個数を求めれば、それがそのまま買う 3 個の組合せの個数になります。

右のような樹形図で考えると、買わない 2 個の組合せは、

　　3＋2＝5（通り）

より、5 通りになるので、買う 3 個の品物の組合せは

5 通りです。



(6) 水そうがいっぱいになるときの水の量を 15 と 12 の最小公倍数から 60 とすると、A の管、B の管が 1 分間に入れる水の量はそれぞれ、

　　60 ÷15＝④ → A の管

　　60 ÷12＝⑤ → B の管

より、A の管が④、B の管が⑤となります。

両方の管で合わせて入れる水の量は(④＋⑤＝)⑨となり、合計 8 分で水そうがいっぱいになることから、つるかめ算の考え方で、

(⑨×8－60)÷(⑨－⑤)＝12÷④＝3（分間）

より、B の管だけで水を入れたのは 3 分間です。

(7) 男子の生徒数も女子と同じく 4%減ったとすると、全生徒数が 4%減ったことになるため、その場合の今年の生徒数は、

475×(1－0.04)＝456（人）

より、456 人となります。

実際の今年の生徒数 452 人との違いは、昨年の男子の生徒数の(6－4＝)2%分にあたります。

よって、昨年の男子の生徒数は、

(456－452)÷(0.06－0.04)＝4÷0.02＝200（人）

より、200 人となります。

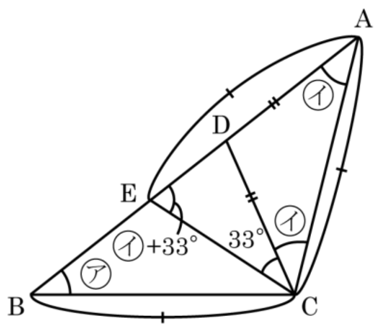
今年の男子の生徒数は昨年より 6%減ったことから、

200×(1－0.06)＝200×0.94＝188（人）

より、188 人です。

$\boxed{3}$ 小問集合（図形）

(1) 右の図で、AD＝CD より三角形 ACD は二等辺三角形になるため、角 DAC の大きさをイとすると、角 DCA の大きさもイとなります。



このとき、角 ACE の大きさは(イ＋33)度と表すことができ、AC＝AE であることから三角形 ACE は二等辺三角形となり、角 AEC の大きさも(イ＋33)度になります。

三角形 ACE の内角の和が 180 度になることから、

(イ＋33)×2＋イ＝180

イ×3＋66＝180

イ＝(180－66)÷3＝38

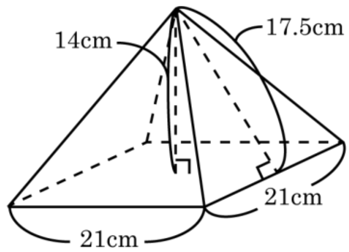
より、イの角の大きさは 38 度となります。

AC＝BC より三角形 ABC は二等辺三角形となるため、アの角の大きさとイの角の大きさは等しくなるため、アの角の大きさも 38 度です。

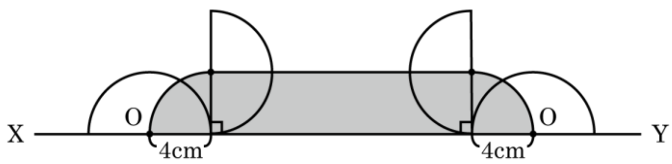
(2) この四角すいの見取り図は、右の図のようになります。
表面積は、底面の正方形と、側面の 4 つの三角形の面積の和となります。
よって、この四角すいの表面積は、

$$21\times21+21\times17.5\times\frac{1}{2}\times4$$
$$=21\times(21+35)$$
$$=21\times56$$
$$=1176\ (\text{cm}^2)$$

より、1176 cm²です。



(3) 点 O が動いてできる線と直線 XY で囲まれた部分の面積は、下の図の影をつけた部分の面積になります。



点 O が動いた線のうち、直線部分は、半円の弧の部分と同じ長さになるため、

$$4\times2\times3.14\times\frac{1}{2}=4\times3.14=12.56\ (\text{cm})$$

より、12.56cm です。
よって、求める面積は、半径 4cm の半円の面積と、たて 4cm、横 12.56cm の長方形の面積の和と等しくなるので、

$$4\times4\times3.14\times\frac{1}{2}+4\times12.56$$

＝25.12＋50.24

＝75.36（㎠）

より、75.36 ㎠です。

(4) 三角形 AOD において、角 AOD の大きさは、

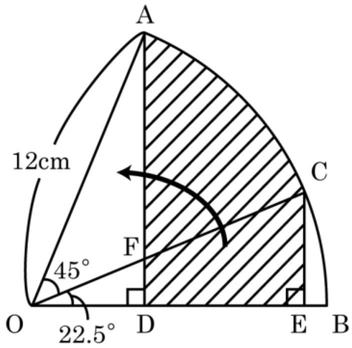
45＋22.5＝67.5（度）

より、67.5 度となることから、角 OAD の大きさは、

180－90－67.5＝22.5（度）

より、22.5 度になります。

角 OAD＝角 COE＝22.5 度、角 ADO＝角 OEC＝90 度で、OA＝OC＝12cm より、三角形 OAD と三角形 COE が合同になるため、右の図で、それぞれの三角形から三角形 ODF を除いた部分である、三角形 AOF と四角形 FDEC の面積は等しくなります。



よって、求める斜線部分の面積は、おうぎ形 OAC の面積と等しくなるので、

$$12\times12\times3.14\times\frac{45}{360}=18\times3.14=56.52\ (\text{㎠})$$

より、56.52 ㎠です。

(5) グラフより、水を入れ始めてから水そうの左側の部分でしきりの高さにまで水が入るのに 3 分かかったことがわかります。

0.8 L＝800 ㎤なので、

800×3÷(10×12)＝20（cm）

より、しきりの高さは 20cm となります。

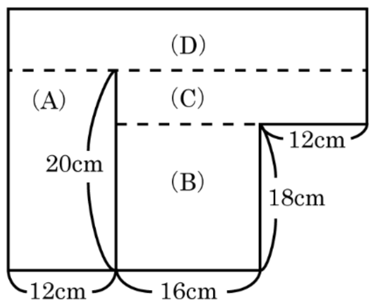
また、グラフより水そうの下の部分の高さは 18cm であることがわかります。

（ア）の部分に高さ 18cm まで水がはいるのに、(6.6－3＝)3.6 分かかったことがわかりますので、

800×3.6÷(10×18)＝16（cm）

より、（ア）の部分の横の長さは 16cm です。

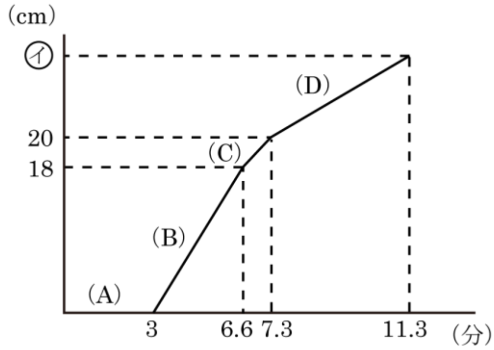
以上より、水そうを正面から見た断面図は右のようになります。



図の（C）の部分に水が入るのにかかる時間は、

(16＋12)×(20－18)×10÷800＝0.7（分）

より、0.7 分です。



これより右のグラフから、図の（D）の部分に水が入る時間は、

$11.3-(6.6+0.7)=4$（分）

より、4 分となることから、（D）の部分の高さは、

$800\times4\div(12+16+12)\div10=8$（cm）

より、8cm です。

よって、イにあてはまる数は、

$20+8=28$

より、28 です。

4 平均算

(1) クラス全体の人数を100人とすると、算数のテストの合格者数は60人、国語のテストの合格者数は75人と表すことができます。

この差が 6 人であることから、クラス全体の人数は、

$6\div(75-60)\times100=40$（人）

より、40 人です。

(2) 算数のテストの合格者数は、

$40\times0.6=24$（人）

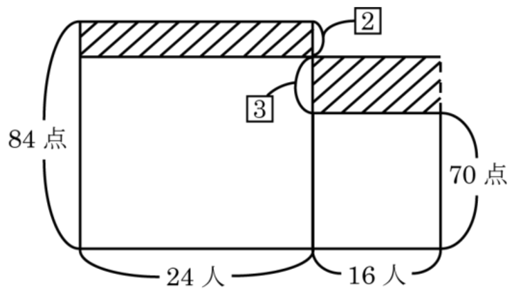
より、24 人で、不合格者数は、

$40-24=16$（人）

です。

算数のテストにおける合格者の平均点は 84 点、不合格者の平均点は 70 点であること

から、（図 1）の面積図より、クラス全体の平均点は、

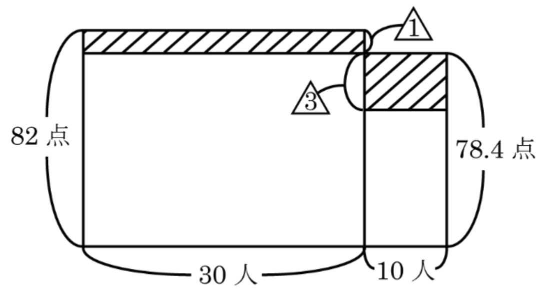


（図 1）

$$70+(84-70)\times\frac{3}{2+3}=78.4\text{（点）}$$

より、78.4 点です。

算数と国語のテストにおけるクラス全体の平均点は同じであることから、国語のテストにおけるクラス全体の平均点も78.4点となります。



（図2）

国語のテストでは、合格者数は、

$40\times0.75=30$（人）

より、30人で、不合格者数は、

$40-30=10$（人）

より、10人です。

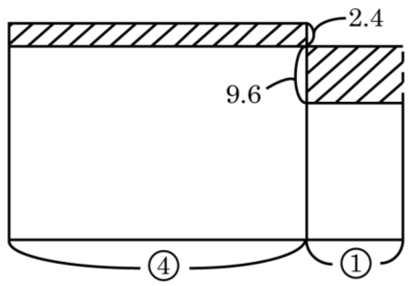
国語のテストでは、合格者の平均点が82点であることから、（図2）の面積図より、不合格者の平均点は、

$78.4-(82-78.4)\times3=67.6$（点）

より、<u>67.6点</u>です。

(3) $2.4:(12-2.4)=2.4:9.6=1:4$ であることから、（図3）の面積図より社会の合格者数は、

$40\times\dfrac{4}{4+1}=32$（人）



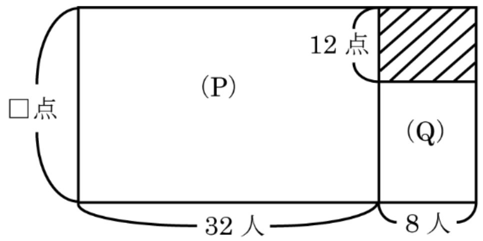
（図3）

より、32人で、不合格者数は、

$40-32=8$（人）

より、8人です。

合格者の総得点が不合格者の総得点よりも2112点多くなることから、（図4）の長方形（P）の面積と長方形（Q）の面積の差が2112点となります。



（図4）

ここで、長方形（P）の面積と、長方形（Q）に斜線の部分の長方形を合わせた長方形の面積の差は、

$2112-12\times8=2016$（点）

より、2016点となります。

長方形のたての長さを□点とすると、

$32\times\square-8\times\square=2016$

$(32-8)\times\square=2016$

$\square=2016\div24=84$（点）

より、社会のテストの合格者の平均点（図の□）は84点となります。

よって、不合格者の平均点は、

$84-12=72$（点）

より、<u>72 点</u>です。

$\boxed{5}$ 平面図形

(1) AP : PC＝2 : 3 より、三角形 ACD の面積と三角形 PCD の面積の比は、5 : 3 になります。

また、PQ : QD＝3 : 1 より、三角形 PCD の面積と三角形 PCQ の面積の比は、4 : 3 になります。

よって、三角形 PCQ の面積は、

$$(\text{三角形 ACD の面積})\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=(\text{三角形 ACD の面積})\times\frac{9}{20}$$

より、三角形 ACD の面積の$\frac{9}{20}$倍です。

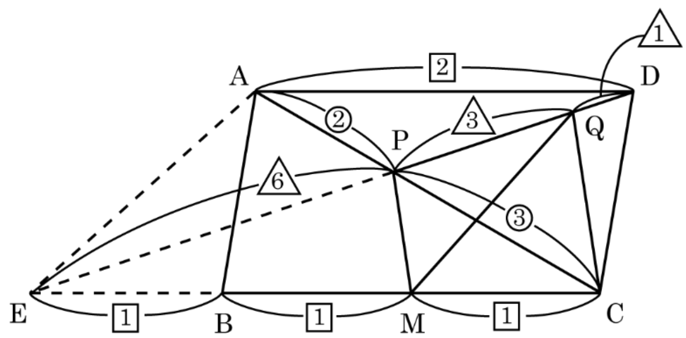
また、三角形 ACD の面積は平行四辺形 ABCD の面積の$\frac{1}{2}$倍となるため、三角形 PCQ の面積は平行四辺形 ABCD の面積の、

$$(\text{平行四辺形 ABCD の面積})\times\frac{1}{2}\times\frac{9}{20}=(\text{平行四辺形 ABCD の面積})\times\frac{9}{40}$$

より、$\frac{9}{40}$倍です。

以上より、三角形 PCQ と平行四辺形 ABCD の面積の比は、<u>9 : 40</u> です。

(2) 右の図のように、DP を延ばした線と CB を延ばした線の交わる点を E とします。



AD と BC が平行なため、三角形 ADP と三角形 CEP が相似となることから、

AD : CE＝AP : CP＝2 : 3

より、AD : CE＝2 : 3 となり、AD＝BC、BM＝MC であるため、EB : BM : MC は、

$$(3-2):2\times\frac{1}{2}:2\times\frac{1}{2}=1:1:1$$

より、1 : 1 : 1 となります。

また、EP : PD＝3 : 2、PQ : QD＝3 : 1 より、EP : PQ : QD＝6 : 3 : 1 となります。

よって、以下の式が成り立ちます。

(三角形 QMC の面積)＝(三角形 QEC の面積) $\times\frac{1}{3}$

(三角形 QEC の面積)＝(三角形 DEC の面積) $\times\frac{9}{10}$

(三角形 QMC の面積)＝(三角形 DEC の面積) $\times\frac{9}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{10}$

よって、三角形 QMC の面積は、三角形 DEC の面積の$\frac{3}{10}$倍です。

また、CE：BC＝3：2 より、三角形 ABC の面積は三角形 AEC の面積の$\frac{2}{3}$倍です。

AD と EC が平行なため、三角形 DEC の面積と三角形 AEC の面積が等しくなること

から、三角形 ABC の面積は三角形 DEC の面積の$\frac{2}{3}$倍となります。

以上より、三角形 QMC と三角形 ABC の面積の比は、

(三角形 QMC の面積)：(三角形 ABC の面積)＝$\frac{3}{10}:\frac{2}{3}$＝9：20

より、<u>9：20</u> です。

(3) 三角形 PMQ の面積と三角形 DEC の面積について、DE：QE＝10：9、EC：EM＝3：2、QE：QP＝(6＋3)：3＝3：1 より、

(三角形 PMQ の面積)＝(三角形 DEC の面積) $\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$

より、三角形 PMQ の面積は三角形 DEC の面積の$\frac{1}{5}$倍です。

(2)より、三角形 ABC の面積は三角形 DEC（＝三角形 AEC）の面積の$\frac{2}{3}$倍です。

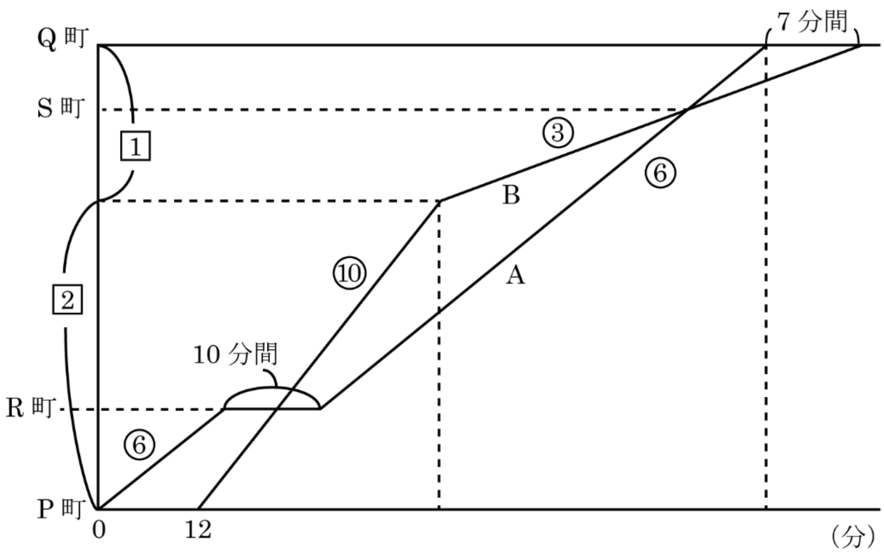
よって、三角形 PMQ と三角形 ABC の面積の比は、

(三角形 PMQ の面積)：(三角形 ABC の面積)＝$\frac{1}{5}:\frac{2}{3}$＝3：10

より、<u>3：10</u> です。

$\boxed{6}$ 速さと比

(1) A さんと B さんが進んだ様子は下のグラフのようになります。



ここで、A さんの速さをⒶ、B さんが途中で速さを変える前の速さを B前 、変えた後の速さを B後 とすると、下のように連比を表すことができます。

Ⓐ	:	B前	:	B後
3	:	5		
		1	:	0.3
6	:	10	:	3

PQ 間の距離を $\boxed{3}$ とすると、A さんは $\boxed{3}$ の距離を⑥の速さで、B さんは $\boxed{2}$ の距離を⑩の速さで、$\boxed{1}$ の距離を③の速さで進んだことになります。

A さんが途中で休けいした時間を除くと、2 人が Q 町に着くまでに進んだ時間の比は、

$$\frac{3}{6}:\left(\frac{2}{10}+\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{6}:\frac{8}{15}=15:16$$

より、<u>15 : 16</u> です。

⑵ A さんが B さんよりも Q 町に着いた時間は 7 分早く、A さんが途中で 10 分間休けいしたことから、もしも 2 人が同時に出発していたとすると、A さんが PQ 間を進む時間は、B さんよりも、(10＋7＝)17 分短くなります。
ただし、B さんは A さんより 12 分遅れて P 町を出発していますので、実際に 2 人が進んだ時間の差は、

$$10+7-12=5\text{（分）}$$

より、5 分となります。
⑴より、A さんと B さんが進んだ時間の比が 15 : 16 となることから、A さんが進んだ時間は、

$$5\times\frac{15}{16-15}=75\text{（分間）}$$

より、75 分間です。
途中で休けいした 10 分間も含めて、A さんが Q 町に着いたのは、A さんが P 町を出発してから、

$$75+10=85\text{（分後）}$$

より、<u>85 分後</u>です。

⑶ ⑵より、A さんは PQ 間を⑥の速さで 75 分かけて進みましたので、PQ 間の距離は、

⑥×75＝450

より、450 と表すことができます。

A さんと B さんが SQ 間を進むときの速さの比は、

⑥ : ③＝2 : 1

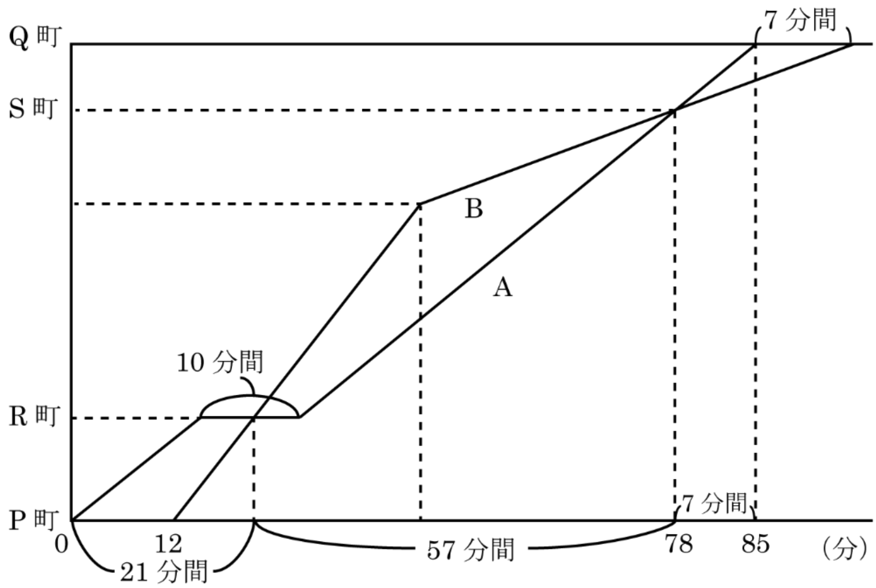
より、2 : 1 となることから、この区間を進む 2 人の時間の比は、逆比の 1 : 2 となります。
次のグラフより、2 人がこの区間を進むのにかかった時間の差が 7 分間となるため、A さんが SQ 間を進むのにかかった時間は、

$$7\times\frac{1}{2-1}=7\text{（分間）}$$

より、7 分間となることから、SQ 間の距離は、

⑥×7＝42

より、42と表すことができます。



また、A さんが休けい中に B さんに追いこされたのは、A さんが出発してから、

85－7－57＝21（分後）

より、21 分後となります。

よって、B さんが PR 間を進むのにかかった時間は、

21－12＝9（分間）

より、9 分間となるため、PR 間の距離は、

10×9＝90

より、90と表すことができます。

ここまでを整理すると、以下のように表すことができます。

・PQ 間の距離… 450

・SQ 間の距離…42

・PR 間の距離…90

よって、RS 間の距離は、

450 －(42 ＋ 90)＝ 318

より、318 と表すことができます。

以上より、RS 間の距離と PQ 間の距離の比は、

318 ： 450 ＝53：75

より、<u>53：75</u> です。

$\boxed{7}$ 場合の数

(1) まず、1、2、3、4 の数字が書かれたカードをそれぞれ 2 枚ずつ並べると、

(1＋2＋3＋4)×2＝20

より、数字の合計が 20 となるので、ふさわしくありません。
次に、8 枚目のカードの数字が 5 のときは、同じ数字のカードが、(8－5＝)3 種類あることがわかります。
問題の【例 2】でのカードの組合せは、次のように表すことができます。

1〜5 のカード	$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$	→ 和が 15
残り 3 枚のカード	$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$	→ 和が 9

8 枚目のカードの数字が 5 のとき、残り 3 枚のカードの数字の和は、

24－(1＋2＋3＋4＋5)＝9

より、9 となることから、2 枚続けて並ぶ数字の組み合わせは、［1、3、5］［2、3、4］となりますが、このうち、［2、3、4］は問題の【例 2】と一致するため、あてはまるのは［1、3、5］です。
同じように、8 枚目のカードの数字が 6 のとき、同じ数字のカードが(8－6＝)2 種類あり、2 枚のカードに書かれた 2 種類の数字の和は、

24－(1＋2＋3＋4＋5＋6)＝3

より、3 となることから、2 枚続けて並ぶ数字の組み合わせは、［1、2］となります
8 枚目のカードの数字が 7 または 8 とすると、

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＝28

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＝36

と、カードを 1 枚ずつ並べた時点で和が 24 を超えてしまうので、あてはまりません。

以上より、並べたカードの枚数が 8 枚で、数字の合計が 24 となるときの、［2 枚続けて並ぶ数字］の数の組合せは、［1、2］と［1、3、5］です。

(2) (1)より、並べたカードの数字の合計が 24 となるとき、並べた最後のカードの数字は 5 か 6 になります。

最後のカードの数字が 5 のとき、2 枚続けて並ぶ数字の合計は、(1)より 9 となります。

1 から 5 の数字 1 種類で 9 をつくることができません。

また、同じカードが 3 種類の場合は、カードの枚数が、

5＋3＝8（枚）

より、8 枚となり、「8 枚以外」という問題の条件に合わなくなります。

同じカードが 4 種類以上の場合、数字の和は常に 9 より大きくなります。

よって、同じカードは「2 種類」となります。

このとき、カードの枚数は、

5＋2＝7（枚）

より、7 枚で、最も大きい数字が 5 で、2 つの数の和が 9 となるため、あてはまる数字の組合せは［4、5］のみです。

最後のカードの数字が 6 のとき、2 枚続けて並ぶ数字の合計は、(1)より 3 となります。

2 枚続けて並ぶ数字の組合せを［1、2］とすると、カードの枚数が、

6＋2＝8（枚）

より、8 枚となり、問題の条件に合わなくなります。

よって、最後のカードの数字が 6 のとき、2 枚続けて並ぶ数字は［3］のみで、そのときのカードの枚数は、

6＋1＝7（枚）

より、7 枚となります。

以上より、並べるカードの枚数は 7 枚で、2 枚続けて並ぶ数字は［3］または［4、5］となるため、アは 7、イは 3、ウは 4、エは 5 となります。

(3) 最後に並べた数字が 10 のとき、

80－(1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10)＝25

より、2 枚続けて並ぶ数字の合計は 25 となりますが、1 から 10 の中で、2 種類の数字で和を 25 とできる組合せはありませんので、最後に並べた数字を 10 以下とすることはできません。

次に、最後に並べた数字を 11 とすると、

80－(1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10＋11)＝14

より、2 枚続けて並ぶ数字の合計は 14 で、2 種類の数字の和が 14 となる組合せは、［3、11］、［4、10］、［5，9］、［6、8］の 4 つとなります。

このときのカードの枚数は、

11＋2＝13（枚）

より、13 枚です。

最後に並べた数字を 12 とすると、

80－(1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10＋11＋12)＝2

より、2 枚続けて並ぶ数字は［2］のみとなり、「2 枚続けて並んでいる数字が 2 種類」という問題の条件に合わなくなります。

最後に並べた数字を 13 とすると、

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10＋11＋12＋13＝91

と数字の和が 80 を超えてしまうことから、最後に並べた数字を、13 以上（13、14、15）とすることはできません。

以上より、カードの枚数は 13 枚で、2 枚続けて並ぶ数字の組合せは［3、11］、［4、10］、［5，9］、［6、8］です。